

**R/P/P/2024/II**प्रश्न-पुस्तिका क्र.
Question Booklet No.**SET****A**विषय-गणितीय विज्ञान
Subject-Mathematical Sciences

द्वितीय प्रश्न-पत्र (ऐच्छिक)

Paper II (Optional)

विषय कोड-13

Subject-Code-13

241304221

नाम

Name

अनुक्रमांक

Roll No.

--	--	--	--	--	--

परीक्षार्थी अपना अनुक्रमांक दिए गए खानों में लिखें।

Candidate should write his/her
Roll No. in the given boxes.

मुद्रित पृष्ठों की संख्या/No. of Printed Pages : 76

कुल प्रश्नों की संख्या/Total No. of Questions : 100

समय : 3 घण्टे प्रथम व द्वितीय प्रश्न-पत्र मिलाकर हल करने हेतु

अधिकतम पूर्णांक/Maximum Marks : 200

Time Allowed : 3 Hours to complete both Ist and IInd question paper

परीक्षार्थियों के लिए निर्देश

1. यह प्रश्न-पुस्तिका दो भाषाओं-हिन्दी व अंग्रेजी में छपी है। परीक्षार्थी अपनी सुविधानुसार कोई भी एक भाषा चुन सकते हैं।
2. जिन परीक्षार्थी का ऐच्छिक विषय मैथमैटिकल साइन्सेस है उनको कुल 100 प्रश्न करने हैं उनके प्रश्न-पत्र में तीन भाग हैं भाग I अनिवार्य है जिसमें 10 प्रश्न हैं-51 से 60 के क्रम में हैं, भाग II में 61 से 150 के क्रम में 90 प्रश्न हैं, यह भाग मैथमैटिक्स विषय का है व भाग III में जिनका क्रम भी 61 से 150 के क्रम में 90 प्रश्न हैं, यह भाग स्टैटिस्टिक्स (सांख्यिकी) विषय का है। परीक्षार्थी विशेष ध्यान रखे कि मैथमैटिक्स (गणित) के परीक्षार्थी भाग I व II करें अथवा सांख्यिकी के परीक्षार्थी भाग I व III करें। अपनी ओ.एम.आर. शीट में स्पष्ट रूप से उल्लेख करे कि आपने मैथमैटिक्स अथवा स्टैटिस्टिक्स (सांख्यिकी) का चयन किया है।
3. प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प हैं। प्रत्येक प्रश्न का केवल एक ही उत्तर सही है। उचित विकल्प चुनें और उत्तर-पत्रक (ओ.एम.आर. शीट) पर सम्बन्धित वृत्त को काले बॉल प्वाइंट पेन से काला करें।
4. इस परीक्षा में दो प्रश्न-पत्र हैं जिसमें कुल मिलाकर 150 वस्तुनिष्ठ प्रकार के प्रश्न हैं तथा प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है। दोनों प्रश्न-पत्र व सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक सही उत्तर के लिए 2 अंक दिये जायेंगे। अनुत्तरित प्रश्न के लिये कोई अंक नहीं है। ऋणात्मक मूल्यांकन का प्रावधान नहीं है।

प्रश्न-पत्र I

सामान्य प्रश्न-पत्र

(प्रश्न संख्या 1-50)

प्रश्न-पत्र II

परीक्षार्थी द्वारा चयनित विषय का प्रश्न-पत्र

(प्रश्न संख्या 51-150)

5. इस प्रश्न-पुस्तिका में पृष्ठों की संख्या आवरण पृष्ठ पर दर्शाई गई है। परीक्षार्थी को सलाह दी जाती है कि वे सुनिश्चित करें कि प्रश्न-पुस्तिका के सभी पृष्ठ ठीक से मुद्रित और जिल्दबंद हों। अन्यथा वे उसी सेट की दूसरी प्रश्न-पुस्तिका तत्काल माँग लें।
6. कृपया उत्तर-पत्रक (ओ.एम.आर. शीट) पर निर्धारित स्थानों पर ही आवश्यक प्रविष्टियाँ करें, अन्य स्थानों पर नहीं।
7. परीक्षार्थी सभी रफ कार्य प्रश्न-पुस्तिका के निर्धारित स्थान पर ही करें, अन्यत्र कहीं नहीं तथा उत्तर-पत्र (ओ.एम.आर. शीट) पर भी नहीं।
8. यदि किसी प्रश्न में किसी प्रकार की कोई मुद्रण या तथ्यात्मक प्रकार की त्रुटि हो, तो प्रश्न के हिन्दी तथा अंग्रेजी रूपांतरों में से हिन्दी रूपांतर को मानक माना जाएगा।
9. किसी प्रकार का कैल्कुलेटर, लॉग टेबल व किसी प्रकार का इलेक्ट्रॉनिक डिवाइस आदि का प्रयोग वर्जित है।
10. जब आपको प्रश्न-पुस्तिका खोलने का निर्देश दिया जाये उसके पश्चात् ही उत्तर-पत्रक (ओ.एम.आर. शीट) में उत्तर को चिन्हित करने के लिये केवल काले बॉल प्वाइंट पेन का प्रयोग करें।
11. परीक्षा समाप्त होने के पश्चात् ओ.एम.आर. शीट वीक्षक को सौंपने के पश्चात् ही अभ्यर्थी कक्ष छोड़ेंगे।
12. उत्तर-पत्रक (ओ.एम.आर.) पर उत्तर देने से पहले दिए गए निर्देशों का पालन करना सुनिश्चित करें।

नोट : अंग्रेजी के निर्देश प्रश्न-पुस्तिका के अंतिम पृष्ठ पर दिये गये हैं व बिना सील तोड़े पढ़े जा सकते हैं।

Note : Instructions in English are given on the last page of the Booklet which is readable without
breaking the seal of the Booklet.



रफ़ कार्य के लिए जगह
(SPACE FOR ROUGH WORK)

S/13/2024/A



भाग I (Part I)

51. यदि $f_n(x) = x^n$, तो अनुक्रम $\{f_n\}$:

(A) $[0, 1]$ पर एक संतत फलन को बिन्दुशः अभिसृत होता है ।

(B) $\left[0, \frac{1}{2}\right]$ पर एकसमान अभिसारी है ।

(C) $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$ पर एकसमान अभिसारी है ।

(D) $[0, 1]$ पर एकसमान अभिसारी है ।

52. माना :

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{जबकि } x = \frac{n}{n+1}; \frac{n+1}{n}, (n=1, 2, 3, \dots) \\ 1, & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

तब निम्न में से असत्य कथन है :

(A) उपरि रीमाँ समाकल $\int_0^{-2} f(x) dx = 2$.

(B) f , अन्तराल $[0, 2]$ में अपरिमित बिन्दुओं पर असंतत है ।

(C) f , अन्तराल $\left[0, \frac{3}{2}\right]$ पर रीमाँ समाकलनीय है ।

(D) f , अन्तराल $[0, 2]$ पर रीमाँ समाकलनीय नहीं है ।

51. If $f_n(x) = x^n$, then sequence $\{f_n\}$:

(A) converges pointwise to a continuous function on $[0, 1]$.

(B) is uniformly convergent on $\left[0, \frac{1}{2}\right]$.

(C) is uniformly convergent on $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$.

(D) is uniformly convergent on $[0, 1]$.

52. Let :

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{when } x = \frac{n}{n+1}; \frac{n+1}{n}, (n=1, 2, 3, \dots) \\ 1, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

then which of the following statement is false ?

(A) Upper Riemann integral $\int_0^{-2} f(x) dx = 2$.

(B) f has infinite number of discontinuity points in the interval $[0, 2]$.

(C) f is Riemann integrable over interval $\left[0, \frac{3}{2}\right]$.

(D) f is not Riemann integrable over interval $[0, 2]$.



53. $a > 0$ के लिये निम्नलिखित में से कौनसा अनंत समाकल अभिसारी है ?

- (A) $\int_0^a \frac{dx}{x^2}$ (B) $\int_a^\infty \frac{dx}{x^2}$
(C) $\int_0^a \frac{dx}{x}$ (D) $\int_a^\infty \frac{dx}{x}$

54. निम्नलिखित में से कौनसा कथन सत्य नहीं है ?

- (A) प्रत्येक परिबद्ध एकदिष्ट फलन परिबद्ध विचरण का फलन होता है ।
(B) प्रत्येक संतत फलन परिबद्ध विचरण का होता है ।
(C) दो परिबद्ध विचरण वाले फलनों का योग भी एक परिबद्ध विचरण का फलन होता है ।
(D) एक परिबद्ध विचरण फलन आवश्यक रूप से परिबद्ध होता है ।

55. माना फलन f , अन्तराल $[0, 1]$ पर इस प्रकार परिभाषित है कि :

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{यदि } x \text{ अपरिमेयी है} \\ 0, & \text{यदि } x \text{ परिमेयी है} \end{cases}$$

तब $[0, 1]$ पर फलन f :

- (A) लेबेग समाकलनीय है
(B) रीमाँ समाकलनीय है
(C) लेबेग तथा रीमाँ समाकलनीय दोनों है
(D) न लेबेग समाकलनीय है न ही रीमाँ समाकलनीय है

53. For $a > 0$, which of the following improper integrals is convergent ?

- (A) $\int_0^a \frac{dx}{x^2}$ (B) $\int_a^\infty \frac{dx}{x^2}$
(C) $\int_0^a \frac{dx}{x}$ (D) $\int_a^\infty \frac{dx}{x}$

54. Which of the following statement is *not* correct ?

- (A) Every bounded monotonic function is a function of bounded variation.
(B) Every continuous function is of bounded variation.
(C) The sum of two functions of bounded variation is a function of bounded variation.
(D) A function of bounded variation is necessarily bounded.

55. Let f be a function defined over interval $[0, 1]$ such that :

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } x \text{ is irrational} \\ 0, & \text{if } x \text{ is rational} \end{cases}$$

then on $[0, 1]$, f is :

- (A) Lebesgue integrable
(B) Riemann integrable
(C) Lebesgue and Riemann Integrable both
(D) Neither Lebesgue integrable nor Riemann integrable



56. माना $V(R)$, वास्तविक संख्याओं के क्षेत्र R , R में परिभाषित सभी वास्तविक मानीय फलनों की सदिश समष्टि है, तो निम्नलिखित में से कौनसा समुच्चय $V(R)$ की सदिश उपसमष्टि नहीं है ?

- (A) $\{f \in V(R) : f(1) = 0\}$
 (B) $\{f \in V(R) : f(3) = f(1)\}$
 (C) $\{f \in V(R) : f(0) = 2\}$
 (D) $\{f \in V(R) : f \text{ एक संतत फलन है}\}$

57. यदि :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 4 & -2 & -2 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

तो निम्नलिखित में से कौनसा कथन सत्य है ?

- (A) A एक व्युत्क्रमणीय आव्यूह है ।
 (B) प्रत्येक सदिश $b \in R^3$ के लिये निकाय $AX = b$ अद्वितीय हल रखता है ।
 (C) A की जाति = 3 ।
 (D) शून्य A का एक आइगेन मान है ।

56. Let $V(R)$ be a vector space over the real field R , of all real valued functions defined on R , then which of the following sets is not a vector subspace of $V(R)$?

- (A) $\{f \in V(R) : f(1) = 0\}$
 (B) $\{f \in V(R) : f(3) = f(1)\}$
 (C) $\{f \in V(R) : f(0) = 2\}$
 (D) $\{f \in V(R) : f \text{ is a continuous function}\}$

57. If :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 4 & -2 & -2 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

then which of the following statement is true ?

- (A) A is an invertible matrix.
 (B) For every vector $b \in R^3$, the system $AX = b$ has a unique solution.
 (C) Rank of $A = 3$.
 (D) Zero is an eigen value of A .



58. $n \times n$ वर्ग आव्यूह जिसका प्रत्येक अवयव 1 है, का अल्पिष्ठ बहुपद है :

- (A) $x^n - 1$
- (B) $(x-n)(x+n)$
- (C) $x(x-n)$
- (D) $(x-1)(x-n)$

59. माना कि :

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix},$$

R^2 पर परिभाषित रैखिक रूपांतरण है, तो निम्न में से कौनसा कथन असत्य है ?

- (A) $t^2 + 1$, B का अभिलाक्षणिक बहुपद है।
- (B) B का कोई आइगेन मान R में नहीं है।
- (C) B का कोई आइगेन सदिश R^2 में नहीं है।
- (D) B विकर्णीय आव्यूह है।

60. $x^2 + 2xy + 3y^2 + 2xz + 2yz + kz^2$ एक धनात्मक निश्चित द्विघाती रूप है, यदि :

- (A) $k > 1$
- (B) $k > -1$
- (C) $k > \frac{1}{2}$
- (D) $k > 0$

58. The minimal polynomial of the $n \times n$ square matrix, each of whose elements is 1, is :

- (A) $x^n - 1$
- (B) $(x-n)(x+n)$
- (C) $x(x-n)$
- (D) $(x-1)(x-n)$

59. Let :

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

is a linear transformation defined on R^2 , then which statement is *false* ?

- (A) $t^2 + 1$ is a characteristic polynomial of B.
- (B) B has no eigen value in R .
- (C) B has no eigen vectors in R^2 .
- (D) B is a diagonalizable matrix.

60. $x^2 + 2xy + 3y^2 + 2xz + 2yz + kz^2$ is a positive definite quadratic form, if :

- (A) $k > 1$
- (B) $k > -1$
- (C) $k > \frac{1}{2}$
- (D) $k > 0$



भाग II (Part II)

61. $(-8i)$ का एक घनमूल निम्नांकित है :

- (A) $\sqrt{2}-i$ (B) $i\sqrt{3}+1$
(C) $\sqrt{3}-i$ (D) $\sqrt{3}+i$

62. घात श्रेणी $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{2^n+1}$ के अभिसरण का प्रांत (डोमेन) निम्नांकित है :

- (A) $|z-2|<2$ (B) $|z-1|<2$
(C) $|z|>2$ (D) $|z|<2$

63. यदि $f(z) = x^2 - y^2 - 2y + i(2x - 2xy)$ हो, जहाँ $z = x + iy$, तो z के पदों में $f(z)$, निम्नांकित होगा :

- (A) $z^2 + 2iz$ (B) $\bar{z}^2 + 2iz$
(C) $\bar{z} + 2iz^2$ (D) $\bar{z} - 2iz$

64. z का वह मान, जिसके लिए फलन $z = \sinh u \cos v + i \cosh u \sin v$ वैश्लेषिक फलन नहीं है, निम्नांकित है :

- (A) $z = 1$
(B) $z = 0$
(C) $z = -i$
(D) $z = -1$

61. One of the cubic roots of $(-8i)$ is :

- (A) $\sqrt{2}-i$ (B) $i\sqrt{3}+1$
(C) $\sqrt{3}-i$ (D) $\sqrt{3}+i$

62. The domain of convergence of the power series $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{2^n+1}$ is :

- (A) $|z-2|<2$ (B) $|z-1|<2$
(C) $|z|>2$ (D) $|z|<2$

63. If $f(z) = x^2 - y^2 - 2y + i(2x - 2xy)$, where $z = x + iy$, then $f(z)$, in terms of z , is :

- (A) $z^2 + 2iz$ (B) $\bar{z}^2 + 2iz$
(C) $\bar{z} + 2iz^2$ (D) $\bar{z} - 2iz$

64. A value of z for which the function $z = \sinh u \cos v + i \cosh u \sin v$ ceases to be analytic is :

- (A) $z = 1$
(B) $z = 0$
(C) $z = -i$
(D) $z = -1$



65. फलन $u = \frac{1}{2} \log_e (x^2 + y^2)$ का हार्मोनिक संयुग्म v निम्नांकित होगा (जहाँ c एक वास्तविक अचर है) :

(A) $v = \tan\left(\frac{y}{x}\right) + c$

(B) $v = \cot\left(\frac{y}{x}\right) + c$

(C) $v = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) + c$

(D) $v = \cot^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) + c$

66. यदि z_1 और z_2 दोनों ही संबंध $z + \bar{z} = 2|z - 1|$ तथा $\arg(z_1 - z_2) = \frac{\pi}{4}$, को संतुष्ट करते हैं तो $z_1 + z_2$ का काल्पनिक भाग निम्नांकित होगा :

(A) 0 (B) -1

(C) 2 (D) 1

67. यदि सम्मिश्र संख्याएँ z_1, z_2 और z_3 एक समद्विबाहु त्रिभुज के शीर्ष हैं, और z_2 , समकोण हो, तब $z_1^2 + 2z_2^2 + z_3^2$ का मान निम्नांकित होगा :

(A) 1 (B) $2z_3(z_1 + z_2)$

(C) $2z_2(z_1 + z_3)$ (D) 0

65. The harmonic conjugate v of the function $u = \frac{1}{2} \log_e (x^2 + y^2)$ is (c being a real constant) :

(A) $v = \tan\left(\frac{y}{x}\right) + c$

(B) $v = \cot\left(\frac{y}{x}\right) + c$

(C) $v = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) + c$

(D) $v = \cot^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) + c$

66. If z_1 and z_2 both satisfy the relation $z + \bar{z} = 2|z - 1|$ and $\arg(z_1 - z_2) = \frac{\pi}{4}$, then the imaginary part of $z_1 + z_2$ is :

(A) 0 (B) -1

(C) 2 (D) 1

67. If complex numbers z_1, z_2 and z_3 are the vertices of an isosceles triangle, right-angled at the vertex z_2 , then the value of $z_1^2 + 2z_2^2 + z_3^2$ is equal to :

(A) 1 (B) $2z_3(z_1 + z_2)$

(C) $2z_2(z_1 + z_3)$ (D) 0



68. बिन्दुओं $1, i, 1+i$ से होकर जाने वाले वृत्त का समीकरण निम्नांकित है :

- (A) $2z\bar{z} + (i-1)z - (i+1)\bar{z} = 0$
 (B) $z\bar{z} + (i+1)z + (i-1)\bar{z} = 0$
 (C) $2z\bar{z} - (i+1)z - (i+1)\bar{z} = 0$
 (D) $z\bar{z} + (i-1)z + (i-1)\bar{z} = 0$

69. यदि $f(z) = u + iv$, $z = x + iy$ का एक वैश्लेषिक फलन हो, और $u - v = e^x (\cos y - \sin y)$ हो, तब z के पदों में $f(z)$ निम्नांकित है (जहाँ c एक अचर राशि है) :

- (A) $e^z + c$
 (B) $z^2 + z + c$
 (C) $z^2 - 2z + c$
 (D) $ze^z + c$

70. फलन $u = e^x (x \cos y - y \sin y)$ लाप्लास समीकरण को संतुष्ट करता है। तब संगत वैश्लेषिक फलन $f(z) = u + iv$, z के पदों में, निम्नांकित है (जहाँ c एक अचर राशि है) :

- (A) $ze^z + c$
 (B) $e^z + z + c$
 (C) $e^z - z + c$
 (D) $ze^z + z + c$

68. The equation of the circle which passes through the points $1, i, 1+i$ is :

- (A) $2z\bar{z} + (i-1)z - (i+1)\bar{z} = 0$
 (B) $z\bar{z} + (i+1)z + (i-1)\bar{z} = 0$
 (C) $2z\bar{z} - (i+1)z - (i+1)\bar{z} = 0$
 (D) $z\bar{z} + (i-1)z + (i-1)\bar{z} = 0$

69. If $f(z) = u + iv$ is an analytic function of $z = x + iy$ and $u - v = e^x (\cos y - \sin y)$, then $f(z)$, in terms of z , is (c being a constant) :

- (A) $e^z + c$
 (B) $z^2 + z + c$
 (C) $z^2 - 2z + c$
 (D) $ze^z + c$

70. Function $u = e^x (x \cos y - y \sin y)$ satisfies Laplace equation. Then the corresponding analytic function $f(z) = u + iv$, in terms of z , is (c being a constant) :

- (A) $ze^z + c$
 (B) $e^z + z + c$
 (C) $e^z - z + c$
 (D) $ze^z + z + c$



71. यदि l लम्बाई के परिरेखा C पर एक फलन $f(z)$ संतत हो और C के प्रत्येक बिन्दु z के लिए $|f(z)| \leq M$ हो, तब :

(A) $\left| \int_C f(z) dz \right| \leq Ml$

(B) $\left| \int_C f(z) dz \right| \geq Ml$

(C) $\int_C f(z) dz \leq Ml$

(D) $\int_C f(z) dz \geq Ml$

72. यदि C , $z = a$ और $z = b$ को मिलाने वाली कोई चापकलनीय चाप हो, तो :

(A) $\int_C dz = a - b$

(B) $\int_C dz = 0$

(C) $\int_C dz = b - a$

(D) $\int_C dz = \frac{b-a}{2}$

71. If $f(z)$ is continuous on a contour C of length l , and $|f(z)| \leq M$ for every point z on C , then :

(A) $\left| \int_C f(z) dz \right| \leq Ml$

(B) $\left| \int_C f(z) dz \right| \geq Ml$

(C) $\int_C f(z) dz \leq Ml$

(D) $\int_C f(z) dz \geq Ml$

72. If C is any rectifiable arc joining $z = a$ and $z = b$, then :

(A) $\int_C dz = a - b$

(B) $\int_C dz = 0$

(C) $\int_C dz = b - a$

(D) $\int_C dz = \frac{b-a}{2}$



73. यदि एक संवृत पररेखा C के अन्दर और पररेखा पर एक फलन $f(z)$ नियमित हो, और यदि C के अन्दर ξ एक बिन्दु हो, तो :

(A) $f(\xi) = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(z)}{z + \xi} dz$

(B) $f(\xi) = \frac{1}{2\pi} \int_C \frac{f(z)}{z - \xi} dz$

(C) $f(\xi) = \frac{1}{2\pi} \int_C \frac{f(z)}{z + \xi} dz$

(D) $f(\xi) = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(z)}{z - \xi} dz$

74. $f(z) = \frac{1}{z^4 + 2z^2 + 1}$ रखता है :

(A) एकल ध्रुव

(B) एक द्विक ध्रुव

(C) दो एकल ध्रुव

(D) दो द्विक ध्रुव

75. द्विरैखिक रूपान्तरण जो बिन्दुओं $z_1 = \infty$, $z_2 = i$ और $z_3 = 0$ को बिन्दुओं $w_1 = 0$, $w_2 = i$ और $w_3 = \infty$ में क्रमशः प्रतिचित्रित करता है :

(A) $w = \frac{1}{z}$

(B) $w = -z$

(C) $w = z$

(D) $w = -\frac{1}{z}$

73. If a function $f(z)$ is regular within and on a closed contour C , and if ξ be a point within C , then :

(A) $f(\xi) = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(z)}{z + \xi} dz$

(B) $f(\xi) = \frac{1}{2\pi} \int_C \frac{f(z)}{z - \xi} dz$

(C) $f(\xi) = \frac{1}{2\pi} \int_C \frac{f(z)}{z + \xi} dz$

(D) $f(\xi) = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(z)}{z - \xi} dz$

74. $f(z) = \frac{1}{z^4 + 2z^2 + 1}$ has :

(A) Single pole

(B) One double pole

(C) Two single poles

(D) Two double poles

75. The bilinear transformation that maps points $z_1 = \infty$, $z_2 = i$, and $z_3 = 0$ into the points $w_1 = 0$, $w_2 = i$, and $w_3 = \infty$, respectively, is :

(A) $w = \frac{1}{z}$

(B) $w = -z$

(C) $w = z$

(D) $w = -\frac{1}{z}$



76. एक वैश्लेषिक फलन $f(z)$ का शून्य z का वह मान है जिसके लिए :

- (A) $f(z) = \infty$ (B) $f(z) = 0$
(C) $f(z) = 2$ (D) $f(z) = 1$

77. $z = ai$ पर $\frac{1}{(z^2 + a^2)^2}$ का अवशेष है :

- (A) $\frac{i}{4a^3}$ (B) $-\frac{i}{4a^3}$
(C) $-\frac{i}{2a^3}$ (D) $\frac{i}{2a^3}$

78. यदि C एक वृत्त $|z|=3$ हो, तब कॉशी समाकलन सूत्र से $\int_C \frac{e^{2z}}{(z-1)(z-2)} dz$, है :

- (A) $2\pi i(e^4 - e^2)$ (B) $2\pi i(e^4 + e^2)$
(C) $2\pi i(e^2 - e^4)$ (D) $2\pi i(e^2 + e^4)$

79. यदि C एक वृत्त $|z+3i|=1$ हो, तो कॉशी समाकलन सूत्र से $\int_C \frac{1}{z(z+\pi i)} dz$, है :

- (A) 1 (B) 0
(C) πi (D) $-\pi i$

76. A zero of an analytic function $f(z)$ is a value of z for which :

- (A) $f(z) = \infty$ (B) $f(z) = 0$
(C) $f(z) = 2$ (D) $f(z) = 1$

77. The residue of $\frac{1}{(z^2 + a^2)^2}$ at $z = ai$, is :

- (A) $\frac{i}{4a^3}$ (B) $-\frac{i}{4a^3}$
(C) $-\frac{i}{2a^3}$ (D) $\frac{i}{2a^3}$

78. If C is the circle $|z|=3$, then by Cauchy's integral formula

$\int_C \frac{e^{2z}}{(z-1)(z-2)} dz$, is :

- (A) $2\pi i(e^4 - e^2)$ (B) $2\pi i(e^4 + e^2)$
(C) $2\pi i(e^2 - e^4)$ (D) $2\pi i(e^2 + e^4)$

79. If C is the circle $|z+3i|=1$, then by

Cauchy's integral formula $\int_C \frac{1}{z(z+\pi i)} dz$,

is :

- (A) 1 (B) 0
(C) πi (D) $-\pi i$



80. ध्रुव $z = 1$ पर $\frac{z^3}{(z-1)^4(z-2)(z-3)}$ का अवशेष है :

- (A) $\frac{53}{8}$ (B) $\frac{27}{4}$
(C) $\frac{101}{16}$ (D) 0

81. "INDEPENDENCE" शब्द के अक्षरों से बनने वाले उन विन्यासों की संख्या बताइए जो P से आरम्भ होते हैं :

- (A) 1663200 (B) 138600
(C) 16800 (D) 13700

82. "DAUGHTER" शब्द के अक्षरों से 8 अक्षर वाले उन विन्यासों की संख्या, जिनमें सब स्वर एक साथ हों, है :

- (A) 80640 (B) 40320
(C) 4320 (D) 10070

83. 52 ताश के पत्तों की एक गड्डी में से एक ही रंग के 4 पत्तों को चुनने के तरीकों की क्या संख्या है ?

- (A) 29900 (B) 105625
(C) 270725 (D) 541450

80. The residue of $\frac{z^3}{(z-1)^4(z-2)(z-3)}$ at the pole $z = 1$ is :

- (A) $\frac{53}{8}$ (B) $\frac{27}{4}$
(C) $\frac{101}{16}$ (D) 0

81. The number of arrangements of the letters of the word "INDEPENDENCE" which start from P, is :

- (A) 1663200 (B) 138600
(C) 16800 (D) 13700

82. The number of different 8-letter arrangements of the word "DAUGHTER" in which all the vowels occur together, is :

- (A) 80640 (B) 40320
(C) 4320 (D) 10070

83. What is the number of ways of selecting 4 cards, of the same colour, out of a pack of 52 playing cards ?

- (A) 29900 (B) 105625
(C) 270725 (D) 541450



84. क्रमचय :

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 4 & 7 & 5 & 6 & 9 & 3 & 8 & 1 \end{pmatrix}$$

है एक :

- (A) चक्रीय क्रमचय
- (B) विषम क्रमचय
- (C) सम क्रमचय
- (D) तत्समकारी क्रमचय

85. यदि $a, b \in \mathbb{Z}_+$, जहाँ $a \neq 0$, $b = 0$, तब a एवं b का महत्तम समापवर्तक है :

- (A) a
- (B) b से बड़ा कोई पूर्णांक $n \in \mathbb{Z}_+$, जो a से विभाजित हो
- (C) 0
- (D) ∞

86. सभी पूर्णाकों के समुच्चय पर किसी धनात्मक पूर्णांक m के लिए मॉडुलो m अनुरूपता कक्षाओं की संख्या है :

- (A) $m - 1$
- (B) $[m/2]$
- (C) $m + 1$
- (D) m

84. The permutation :

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 4 & 7 & 5 & 6 & 9 & 3 & 8 & 1 \end{pmatrix}$$

is a/an :

- (A) cyclic permutation
- (B) odd permutation
- (C) even permutation
- (D) identity permutation

85. If $a, b \in \mathbb{Z}_+$, where $a \neq 0$ and $b = 0$, then the greatest common divisor of a and b is :

- (A) a
- (B) any integer $n \in \mathbb{Z}_+$ such that $n > b$ and n/a
- (C) 0
- (D) ∞

86. Over the set of all integers, for any positive integer m , the number of congruence classes modulo m is :

- (A) $m - 1$
- (B) $[m/2]$
- (C) $m + 1$
- (D) m



87. $8n + 5$ रूप की कितनी प्राइम संख्याएँ हैं ?

- (A) 512 (B) 181
(C) 131 (D) ∞

88. $5^{12} - 3^{12}$ भाज्य है :

- (A) 5 से (B) 3 से
(C) 12 से (D) 13 से

89. 2^2 का प्रिमिटिव रूट है :

- (A) सिर्फ पूर्णांक 3
(B) पूर्णांक 2 और 3
(C) सिर्फ पूर्णांक 2
(D) पूर्णांक 3 और इसके गुणांक

90. मान लीजिए p एक प्राइम नम्बर है जिसके लिए $(a, p) = 1$, $a \in \mathbb{Z}_+$, तब निम्न में से कौनसा कथन सत्य है ?

- (A) $x^n \equiv a \pmod{p}$ के $p-1$ हल हैं ।
(B) $x^n \equiv a \pmod{p}$ के $(n, p-1)$ हल हैं यदि $a^{(p-1)/(n, p-1)} \equiv 1 \pmod{p}$
(C) $x^n \equiv a \pmod{p}$ के $(n, p-1)$ हल हैं यदि $a^{(p-1)/(n, p-1)} \not\equiv 1 \pmod{p}$.
(D) $x^n \equiv a \pmod{p}$ का कोई हल नहीं है यदि $a^{(p-1)/(n, p-1)} \equiv 1 \pmod{p}$

87. How many prime numbers are of the form $8n + 5$?

- (A) 512 (B) 181
(C) 131 (D) ∞

88. $5^{12} - 3^{12}$ is divisible by :

- (A) 5 (B) 3
(C) 12 (D) 13

89. The primitive root of 2^2 is :

- (A) The integer 3 only
(B) The integers 2 and 3
(C) The integer 2 only
(D) The integer 3 and its multiples

90. Let p be a prime and $(a, p) = 1$, $a \in \mathbb{Z}_+$, then which of the following statements is correct ?

- (A) $x^n \equiv a \pmod{p}$ has $p-1$ solutions.
(B) $x^n \equiv a \pmod{p}$ has $(n, p-1)$ solutions if $a^{(p-1)/(n, p-1)} \equiv 1 \pmod{p}$
(C) $x^n \equiv a \pmod{p}$ has $(n, p-1)$ solutions if $a^{(p-1)/(n, p-1)} \not\equiv 1 \pmod{p}$.
(D) $x^n \equiv a \pmod{p}$ has no solution if $a^{(p-1)/(n, p-1)} \equiv 1 \pmod{p}$



91. G एक समूह है तथा H, K इसके उपसमूह हैं, तब निम्नलिखित में से कौनसा कथन सत्य नहीं है ?

- (A) HK समूह G का उपसमूह है
 $\Leftrightarrow HK = KH$ ।
 (B) यदि G आबेली है, तो HK हमेशा ही इसका उपसमूह होगा ।
 (C) $H \cap K$ सबसे बड़ा उपसमूह है G का, जो दोनों H व K में निहित है ।
 (D) $H \cup K$ हमेशा ही G का उपसमूह होगा ।

92. माना G एक समूह है जिसमें $(ab)^n = a^n b^n$, $\forall a, b \in G$ तथा $n > 1$ नियत पूर्णांक है ।
 $G_n = \{a \in G | a^n = e\}$ और $G^n = \{a^n | a \in G\}$ तो निम्नलिखित में से कौनसा कथन सत्य है ?

- (A) $G^n \triangleleft G$ और $G/G^n \cong G_n$
 (B) $G^n \triangleleft G$ और $G_n/G^n \cong G$
 (C) $G^n \triangleleft G$, $G_n \triangleleft G$ और $G^n/G_n \cong G$
 (D) $G_n \triangleleft G$, $G^n \triangleleft G$ और $G/G_n \cong G^n$

93. सममित समूह S_3 में कितनी स्वाकारिकाएँ होती हैं ?

- (A) 2 (B) 3
 (C) 4 (D) 6

91. G be a group and H, K be its subgroups, then which of the following statements is *not* true ?

- (A) HK is subgroup of $G \Leftrightarrow HK = KH$.
 (B) If G is an abelian, then HK is always a subgroup of G .
 (C) $H \cap K$ is the largest subgroup of G containing both H and K .
 (D) $H \cup K$ is always a subgroup of G .

92. Let G be a group with $(ab)^n = a^n b^n$ for all $a, b \in G$ and for some fixed integer $n > 1$. Let $G_n = \{a \in G | a^n = e\}$ and $G^n = \{a^n | a \in G\}$. Then which of the following statements is *true* ?

- (A) $G^n \triangleleft G$ and $G/G^n \cong G_n$
 (B) $G^n \triangleleft G$ and $G_n/G^n \cong G$
 (C) $G^n \triangleleft G$, $G_n \triangleleft G$ and $G^n/G_n \cong G$
 (D) $G_n \triangleleft G$, $G^n \triangleleft G$ and $G/G_n \cong G^n$

93. How many automorphisms are there in the symmetric group S_3 ?

- (A) 2 (B) 3
 (C) 4 (D) 6



94. माना R तथा S दो वलय हैं और f एक अन्तसमाकरिता $f: R \rightarrow S$ है, तब :

- (A) $R/\text{Im } f \cong S$
- (B) $R/\text{Ker } f \cong S$
- (C) $R/\text{Ker } f \cong \text{Im } f$
- (D) $R \cong S/\text{Im } f$

95. निम्नलिखित में से कौनसा कथन सत्य नहीं है ?

- (A) पूर्णांक $\mathbb{Z}$ का वलय अद्वितीय गुणनखंडन प्रान्त है ।
- (B) क्षेत्र F पर बहुपदीय वलय $F[x]$ एक अद्वितीय गुणनखंडन प्रान्त है ।
- (C) प्रत्येक मुख्य गुणजावली प्रान्त एक अद्वितीय गुणनखंडन प्रान्त है ।
- (D) क्रमविनिमेय पूर्णांकीय प्रान्त $R = \{a + b\sqrt{-5} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ एक अद्वितीय गुणनखंडन प्रान्त है ।

96. $10 + 11i$ तथा $8 + i$ का महत्तम समापवर्तक भाजक $\mathbb{Z}[i]$ में क्या है ?

- (A) $3 + 2i$ (B) $3 - 2i$
- (C) $2 + 3i$ (D) $2 - 3i$

97. माना एक समूह G की कोटि 108 है, तब G में कितने सिलो 3-उपसमूह होंगे ?

- (A) 3 (B) 5
- (C) 6 (D) 9

94. Let R and S be two rings and f be an into homomorphism $f: R \rightarrow S$, then :

- (A) $R/\text{Im } f \cong S$
- (B) $R/\text{Ker } f \cong S$
- (C) $R/\text{Ker } f \cong \text{Im } f$
- (D) $R \cong S/\text{Im } f$

95. Which of the following statement is *not* true ?

- (A) The ring of integers $\mathbb{Z}$ is a UFD.
- (B) The polynomial ring $F[x]$ over a field F is a UFD.
- (C) Every principal ideal domain is a UFD.
- (D) Commutative integral domain $R = \{a + b\sqrt{-5} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ is a UFD.

96. What is the g.c.d. of $10 + 11i$ and $8 + i$ in $\mathbb{Z}[i]$?

- (A) $3 + 2i$ (B) $3 - 2i$
- (C) $2 + 3i$ (D) $2 - 3i$

97. Let G be a group of order 108, then the number of Sylow 3-subgroups in G is :

- (A) 3 (B) 5
- (C) 6 (D) 9



98. परिमेय संख्याओं Q के क्षेत्र पर संख्या $\sqrt{2}+5$ का अल्पतम बहुपद क्या है ?

(A) $x^2 - 10x + 7$

(B) $x^2 + 10x - 23$

(C) $x^2 - 10x + 23$

(D) $x^2 + 10x + 23$

99. R एवं C क्रमशः वास्तविक एवं सम्मिश्र संख्याओं का क्षेत्र है तथा $G = G(C/R)$, तब G की कोटि होगी :

(A) 2

(B) 3

(C) 4

(D) 7

100. माना क्षेत्र E , क्षेत्र F का विस्तार है। यदि $a \in E$ एक विषम घात का अल्पतम बहुपद F पर रखता है, तब :

(A) $F(a) = aF(a^3)$

(B) $F(a) = F(a^3 + 1)$

(C) $F(a) = F(a^2)$

(D) $F(a) = aF(a^2 + 1)$

98. What is the minimal polynomial of the number $\sqrt{2}+5$ over the field of rational numbers Q ?

(A) $x^2 - 10x + 7$

(B) $x^2 + 10x - 23$

(C) $x^2 - 10x + 23$

(D) $x^2 + 10x + 23$

99. R and C be the real and complex numbers field respectively and $G = G(C/R)$, then the order of G will be :

(A) 2

(B) 3

(C) 4

(D) 7

100. Let E be an extension field of F . If $a \in E$ has a minimal polynomial of odd degree over F , then :

(A) $F(a) = aF(a^3)$

(B) $F(a) = F(a^3 + 1)$

(C) $F(a) = F(a^2)$

(D) $F(a) = aF(a^2 + 1)$



101. अवकल समीकरण :

$$(px^2 + y^2)(px + y) = (p+1)^2$$

के लिए निम्नलिखित में से कौनसा कथन सत्य है ?

(A) दिये गये समीकरण का विचित्र हल

$$x^2y^2 + 4(x+y) = 0 \text{ है ।}$$

(B) दिये गये समीकरण का विचित्र हल

$$x^2y^2 + 4(x^2 + y^2) = 0 \text{ है ।}$$

(C) दिये गये समीकरण का व्यापक हल

$$x^2 + y^2 = c(x+y) \text{ है, जहाँ } c \text{ स्वेच्छ स्थिरांक है}$$

(D) उपर्युक्त सभी

102. अवकल समीकरण

$$\frac{dy}{dx} = - \left\{ \frac{y(2x^3 - y^3)}{x(2y^3 - x^3)} \right\}$$

का हल निम्न वक्र रूप में है :

$$(A) x^{3/2} + y^{3/2} = 3cx^3y^3$$

$$(B) x^{2/3} + y^{2/3} = 3c(xy)^{2/3}$$

$$(C) x^3 + y^3 = 3cxy$$

(D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

101. For the differential equation :

$$(px^2 + y^2)(px + y) = (p+1)^2$$

which of the following statements is correct ?

(A) The singular solution of the given

$$\text{equation is } x^2y^2 + 4(x+y) = 0.$$

(B) The singular solution of the given

$$\text{equation is } x^2y^2 + 4(x^2 + y^2) = 0.$$

(C) The general solution of given

$$\text{equation is } x^2 + y^2 = c(x+y), \text{ where } c \text{ is an arbitrary constant.}$$

(D) All of the above

102. The solution curves of the differential equation :

$$\frac{dy}{dx} = - \left\{ \frac{y(2x^3 - y^3)}{x(2y^3 - x^3)} \right\}$$

are of the form :

$$(A) x^{3/2} + y^{3/2} = 3cx^3y^3$$

$$(B) x^{2/3} + y^{2/3} = 3c(xy)^{2/3}$$

$$(C) x^3 + y^3 = 3cxy$$

(D) None of the above



103. अवकल समीकरण

$$(x^2 D^2 - xD + 2)y = x \log x$$

का हल है :

$$(A) \quad y = x c_1 \cos(\log x) + c_2 \sin(\log x) + x \log x$$

$$(B) \quad y = x[c_1 \cos(\log x) + c_2 \sin(\log x)] + xe^x$$

$$(C) \quad y = x[c_1 \cos(\log x) + c_2 \sin(\log x)] + \log x$$

$$(D) \quad y = x[c_1 \cos(\log x) + c_2 \sin(\log x)] + x \log x$$

104. निम्नलिखित में से कौनसे फलनों के लिए $y_1(x)$ तथा $y_2(x)$ संतत फलन हैं, $p(x)$ तथा $q(x)$ अंतराल $[-1, 1]$ पर ज्ञात इस प्रकार किये जा सकते हैं कि $y_1(x)$ and $y_2(x)$, अवकल समीकरण :

$$y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = 0, \quad \forall x \in [-1, 1].$$

के कोई दो रैखिकतः स्वतंत्र हल हैं ?

$$(A) \quad y_1(x) = x \sin x; \quad y_2(x) = \cos x$$

$$(B) \quad y_1(x) = xe^x; \quad y_2(x) = \sin x$$

$$(C) \quad y_1(x) = e^{x-1}; \quad y_2(x) = e^x - 1$$

$$(D) \quad y_1(x) = x^2; \quad y_2(x) = e^x - 1$$

103. The solution of the differential equation :

$$(x^2 D^2 - xD + 2)y = x \log x$$

is :

$$(A) \quad y = x c_1 \cos(\log x) + c_2 \sin(\log x) + x \log x$$

$$(B) \quad y = x[c_1 \cos(\log x) + c_2 \sin(\log x)] + xe^x$$

$$(C) \quad y = x[c_1 \cos(\log x) + c_2 \sin(\log x)] + \log x$$

$$(D) \quad y = x[c_1 \cos(\log x) + c_2 \sin(\log x)] + x \log x$$

104. For which of the following functions

$y_1(x)$ and $y_2(x)$ are continuous functions, $p(x)$ and $q(x)$ can be determined on interval $[-1, 1]$ such that $y_1(x)$ and $y_2(x)$ give two linearly independent solutions of

$$y''(x) + p(x)y'(x) + q(x)y(x) = 0, \quad \forall x \in [-1, 1] ?$$

$$(A) \quad y_1(x) = x \sin x; \quad y_2(x) = \cos x$$

$$(B) \quad y_1(x) = xe^x; \quad y_2(x) = \sin x$$

$$(C) \quad y_1(x) = e^{x-1}; \quad y_2(x) = e^x - 1$$

$$(D) \quad y_1(x) = x^2; \quad y_2(x) = e^x - 1$$



105. अवकल समीकरण $\frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^{-3/2} = 0$ का

क्रम एवं कोटि क्रमशः हैं :

(A) क्रम 1; कोटि 4

(B) क्रम 4; कोटि 4

(C) क्रम 1; कोटि 1

(D) क्रम 4; कोटि 1

106. यदि $y_p(x) = x \cos 2x$ अवकल समीकरण $y'' + \alpha y = -4 \sin 2x$ का एक विशिष्ट हल हो तब $\alpha = \dots\dots\dots$ होगा ।

(A) - 4

(B) - 2

(C) 2

(D) 4

107. यदि $f_1(x) = 4$, $f_2(x) = x^3$ तथा

$$f_3(x) = 1 + ax + bx^2$$

यदि $f_3(x)$ फलन $f_1(x)$ तथा $f_2(x)$ को लॉबिक हो, अन्तराल $(-2, 2)$ पर; तब सत्य कथन है :

(A) $a = 0$, $b = 1$

(B) $a = 0$, $b = 0$

(C) $a = 0$, $b = -\frac{3}{4}$

(D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

105. The order and degree of the differential

$$\text{equation } \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^{-3/2} = 0 \text{ are :}$$

(A) Order 1; Degree 4

(B) Order 4; Degree 4

(C) Order 1; Degree 1

(D) Order 4; Degree 1

106. If $y_p(x) = x \cos 2x$ is a particular solution of $y'' + \alpha y = -4 \sin 2x$, then the value of α is :

(A) - 4

(B) - 2

(C) 2

(D) 4

107. If $f_1(x) = 4$, $f_2(x) = x^3$ and

$$f_3(x) = 1 + ax + bx^2$$

If $f_3(x)$ is orthogonal to $f_1(x)$ and $f_2(x)$ on the interval $(-2, 2)$ then what is true ?

(A) $a = 0$, $b = 1$

(B) $a = 0$, $b = 0$

(C) $a = 0$, $b = -\frac{3}{4}$

(D) None of the above



108. अवकल समीकरण

$$p^2 x^2 + px = q$$

का पूर्ण समाकल होगा :

(A) $z = a \log x + (a^2 + a)y + c$

(B) $z = a \log x + \frac{1}{a}y + c$

(C) $z = a \frac{x^2}{2} + (a^2 + a)y + c$

(D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

जहाँ a तथा c स्वेच्छ नियतांक हैं ।

109. आंशिक अवकल समीकरण :

$$(D^2 - DD' - 6D'^2)z = \cos(2x + y)$$

का हल होगा :

(A) $z = \phi_1(y - 3x) + \phi_2(y + 2x) + \frac{1}{4} \cos(2x + y)$

(B) $z = \phi_1(y + 3x) + \phi_2(y + 2x) - \frac{1}{4} \cos(2x + y)$

(C) $z = \phi_1(y - 3x) + \phi_2(y - 2x) + \frac{1}{4} \cos(2x + y)$

(D) $z = \phi_1(y + 3x) + \phi_2(y - 2x) - \frac{1}{4} \cos(2x + y)$

108. The complete integral of differential equation :

$$p^2 x^2 + px = q$$

is given by :

(A) $z = a \log x + (a^2 + a)y + c$

(B) $z = a \log x + \frac{1}{a}y + c$

(C) $z = a \frac{x^2}{2} + (a^2 + a)y + c$

(D) None of the above

where a and c being arbitrary constants.

109. The solution of partial differential equation (PDE) :

$$(D^2 - DD' - 6D'^2)z = \cos(2x + y)$$

is :

(A) $z = \phi_1(y - 3x) + \phi_2(y + 2x) + \frac{1}{4} \cos(2x + y)$

(B) $z = \phi_1(y + 3x) + \phi_2(y + 2x) - \frac{1}{4} \cos(2x + y)$

(C) $z = \phi_1(y - 3x) + \phi_2(y - 2x) + \frac{1}{4} \cos(2x + y)$

(D) $z = \phi_1(y + 3x) + \phi_2(y - 2x) - \frac{1}{4} \cos(2x + y)$



110. आंशिक अवकल समीकरण :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = x$$

का हल होगा :

- (A) $z = \phi_1(y+ax) + \phi_2(y-ax) + (xy^2)/(2a^2)$
- (B) $z = \phi_1(y+ax) + \phi_2(y-ax) - (xy^2)/(2a^2)$
- (C) $z = \phi_1(y+ax) + \phi_2(y-ax) - xy^2$
- (D) $z = \phi_1(y+ax) + \phi_2(y-ax) - (xy)/2a$

111. न्यूटन-रैफ्सन विधि के अभिसरण की दर है :

- (A) रैखिक (B) द्विवर्गीय
(C) त्रिघातीय (D) चतुर्थ घातीय

112. यदि $f(-1) = -13$, $f(0) = -7$, $f(1) = -1$, $f(2) = 11$, $f(3) = 35$, तो $f(4)$ का मान होगा :

- (A) 0 (B) 27
(C) 37 (D) 77

113. $\sqrt{20}$ की गणना करने हेतु कितने अंकों को लेना होगा कि त्रुटि 0.1% से अधिक न हो ?

- (A) $n = 2$ (B) $n = 3$
(C) $n \leq 4$ (D) $n \geq 4$

110. The solution of PDE (Partial Differential Equation) :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = x$$

is given by :

- (A) $z = \phi_1(y+ax) + \phi_2(y-ax) + (xy^2)/(2a^2)$
- (B) $z = \phi_1(y+ax) + \phi_2(y-ax) - (xy^2)/(2a^2)$
- (C) $z = \phi_1(y+ax) + \phi_2(y-ax) - xy^2$
- (D) $z = \phi_1(y+ax) + \phi_2(y-ax) - (xy)/2a$

111. The rate of convergence of Newton-Raphson's method is :

- (A) Linear (B) Quadratic
(C) Third degree (D) Fourth degree

112. If $f(-1) = -13$, $f(0) = -7$, $f(1) = -1$, $f(2) = 11$, $f(3) = 35$, then find the value of $f(4)$:

- (A) 0 (B) 27
(C) 37 (D) 77

113. How many digits are to be taken in computing $\sqrt{20}$ so that the error does not exceed 0.1% ?

- (A) $n = 2$ (B) $n = 3$
(C) $n \leq 4$ (D) $n \geq 4$



114. $f(x_0, x_0, x_0)$ का मान है :

- (A) $f(x_0)$
- (B) $f'(x_0)$
- (C) $f''(x_0)$
- (D) $\frac{f''(x_0)}{Cz}$

115. निम्नलिखित में से कौनसा न्यूटन-रैफ्सन विधि का सूत्र है ?

- (A) $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)(x_n - x_{n-1})}{f(x_n) - f(x_{n+1})}$
- (B) $x_{n+1} = x_n + \frac{f(x_n)(x_n - x_{n-1})}{f(x_n) - f(x_{n+1})}$
- (C) $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$
- (D) $x_{n+1} = x_n + \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$

116. $\Delta \log x$ का मान है :

- (A) $\log\left(1 + \frac{h}{x}\right)$
- (B) $\log\left(\frac{h}{x}\right)$
- (C) $\log\left(1 - \frac{h}{x}\right)$
- (D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

114. The value of $f(x_0, x_0, x_0)$ is :

- (A) $f(x_0)$
- (B) $f'(x_0)$
- (C) $f''(x_0)$
- (D) $\frac{f''(x_0)}{Cz}$

115. Which of the following is the formula of Newton-Raphson's method ?

- (A) $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)(x_n - x_{n-1})}{f(x_n) - f(x_{n+1})}$
- (B) $x_{n+1} = x_n + \frac{f(x_n)(x_n - x_{n-1})}{f(x_n) - f(x_{n+1})}$
- (C) $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$
- (D) $x_{n+1} = x_n + \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$

116. The value of $\Delta \log x$ is :

- (A) $\log\left(1 + \frac{h}{x}\right)$
- (B) $\log\left(\frac{h}{x}\right)$
- (C) $\log\left(1 - \frac{h}{x}\right)$
- (D) None of the above

117. पद की लम्बाई $\frac{1}{4}$ लेकर सिम्पसन का $\frac{1}{3}$ वें

नियम का प्रयोग करने पर $\int_0^1 x^3 dx$ का मान

होगा :

- (A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{4}$
(C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{3}{8}$

118. यदि m, n धनात्मक पूर्णांक हैं, तो निम्नलिखित में से कौनसा सत्य है ?

- (A) $\Delta^m \Delta^n f(x) = \Delta^{mn} f(x)$
(B) $\Delta^m \Delta^n f(x) = \Delta^{m+n} f(x)$
(C) $E = 1 - \Delta$
(D) $E = e^{-hD} + 1$

119. $\left(\frac{\Delta^2}{E}\right)x^3$ का मान है :

- (A) $6xh$ (B) $4xh$
(C) $6xh^2$ (D) $9xh$

120. न्यूटन की विभाजित अन्तर विधि द्वारा $f(6)$ का मान ज्ञात कीजिए । दिया है :

- | | | | | | |
|----------|-----|-----|------|------|------|
| x : | 5 | 9 | 11 | 13 | 21 |
| $f(x)$: | 150 | 392 | 1452 | 2366 | 9702 |
- (A) 272 (B) 252
(C) 262 (D) इनमें से कोई नहीं

117. By taking the step length $\frac{1}{4}$ and using

Simpson's $\frac{1}{3}$ rd rule the value of $\int_0^1 x^3 dx$

will be :

- (A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{4}$
(C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{3}{8}$

118. If m, n are positive integers then which one of the following is true ?

- (A) $\Delta^m \Delta^n f(x) = \Delta^{mn} f(x)$
(B) $\Delta^m \Delta^n f(x) = \Delta^{m+n} f(x)$
(C) $E = 1 - \Delta$
(D) $E = e^{-hD} + 1$

119. The value of $\left(\frac{\Delta^2}{E}\right)x^3$ is :

- (A) $6xh$ (B) $4xh$
(C) $6xh^2$ (D) $9xh$

120. By Newton's divided difference formula find the value of $f(6)$. Given that :

- | | | | | | |
|----------|-----|-----|------|------|------|
| x : | 5 | 9 | 11 | 13 | 21 |
| $f(x)$: | 150 | 392 | 1452 | 2366 | 9702 |
- (A) 272 (B) 252
(C) 262 (D) None of these



121. एक अवकल फलनक $I[y(x)]$ का विचरण निम्न सूत्र से दिया जाता है :

(A) $\delta I = \left\{ \frac{\partial}{\partial \alpha} I[y'(x) + \alpha \delta y] \right\}_{\alpha=0}$

(B) $\delta I = \left\{ \frac{\partial}{\partial \alpha} I[y(x) + \alpha \delta x] \right\}_{\alpha=0}$

(C) $\delta I = \left\{ \frac{\partial}{\partial \alpha} I[y(x) + \alpha \delta y] \right\}_{\alpha=0}$

(D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

122. यदि एक फलनक :

$$I[y(x)] = \int_0^1 y(x) dx$$

वर्ग $C[0, 1]$ पर परिभाषित हो, तब $I[\sin \pi x]$ का मान होगा :

(A) $\frac{2}{\pi}$

(B) $\frac{\pi}{2}$

(C) π

(D) $-\pi$

123. यदि $y(0) = 1, y(1) = 2$, तब फलनक

$$I[y(x)] = \int_0^1 (xy + y^2 - 2y^2 y') dx$$

का चरम मान है :

(A) $-\frac{1}{2}$

(B) 2

(C) -2

(D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

121. The variation of a differential functional $I[y(x)]$ is given by the formula :

(A) $\delta I = \left\{ \frac{\partial}{\partial \alpha} I[y'(x) + \alpha \delta y] \right\}_{\alpha=0}$

(B) $\delta I = \left\{ \frac{\partial}{\partial \alpha} I[y(x) + \alpha \delta x] \right\}_{\alpha=0}$

(C) $\delta I = \left\{ \frac{\partial}{\partial \alpha} I[y(x) + \alpha \delta y] \right\}_{\alpha=0}$

(D) None of the above

122. If a functional :

$$I[y(x)] = \int_0^1 y(x) dx$$

is defined on class $C[0, 1]$ then the value of $I[\sin \pi x]$ will be :

(A) $\frac{2}{\pi}$

(B) $\frac{\pi}{2}$

(C) π

(D) $-\pi$

123. If $y(0) = 1, y(1) = 2$, then extremum of the functional :

$$I[y(x)] = \int_0^1 (xy + y^2 - 2y^2 y') dx$$

is :

(A) $-\frac{1}{2}$

(B) 2

(C) -2

(D) None of the above



124. आयलर समीकरण के हल कहलाते हैं :

- (A) अस्तब्ध वक्र
- (B) चरम
- (C) निश्चित समाकल
- (D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

125. फलनक

$$I[y(x)] = \int_a^b F(x, y, y', y'') dx$$

के चरम होने का आवश्यक प्रतिबन्ध है :

- (A) $\frac{\partial F}{\partial x} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) + \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{\partial F}{\partial y''} \right) = 0$
- (B) $\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) + \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial y''} \right) = 0$
- (C) $\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) + \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{\partial F}{\partial y''} \right) = 0$
- (D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

126. यदि अंतराल $[a, b]$ में संतत फलन $f(t)$ के लिए सभी संतत फलन $\eta(t)$ हेतु समाकल

$$I = \int_a^b f(t) \eta(t) dt = 0$$

तब $[a, b]$ पर $f(t)$ का मान होगा :

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

124. The solution of Euler's equation is called :

- (A) Non-stationary curves
- (B) Extremal
- (C) Definite integral
- (D) None of the above

125. A necessary condition for functional

$$I[y(x)] = \int_a^b F(x, y, y', y'') dx$$

to be extremum is :

- (A) $\frac{\partial F}{\partial x} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) + \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{\partial F}{\partial y''} \right) = 0$
- (B) $\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) + \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial y''} \right) = 0$
- (C) $\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) + \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{\partial F}{\partial y''} \right) = 0$
- (D) None of the above

126. If for a continuous function $f(t)$ on interval $[a, b]$, the integral

$$I = \int_a^b f(t) \eta(t) dt = 0$$

for all continuous functions $\eta(t)$, then the value of $f(t)$ on $[a, b]$ will be :

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) None of the above



127. यदि $y(0) = 0$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$, तब फलनक

$$I[y(x)] = \int_0^{\pi/2} (y'^2 - y^2) dx$$

का चरम मान केवल निम्न पर हो सकता है :

(A) $y = \cos x$

(B) $y = \sin x$

(C) $y = \tan x$

(D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

128. प्रतिबन्धों $y(1) = 1$, $y(e) = 1$ के अन्तर्गत फलनक

$$I[y(x)] = \int_1^e (xe^y - ye^x) dx$$

का चरम मान है :

(A) $y = x + \log x$

(B) $y = x^2 + \log x$

(C) $y = x - 2 \log x$

(D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

129. यदि $I[y(x)] = \int_0^1 (x \sin y + \cos y) dx$,

$$y(0) = 0, y(1) = \frac{\pi}{4} \text{ एक फलनक हो, तब}$$

चरम मान निम्न वक्र पर प्राप्त किया जा सकता है :

(A) $y = \cot^{-1} x$ (B) $y = \sec^{-1} x$

(C) $y = \operatorname{cosec}^{-1} x$ (D) $y = \tan^{-1} x$

127. If $y(0) = 0$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$, then the extremum of functional :

$$I[y(x)] = \int_0^{\pi/2} (y'^2 - y^2) dx$$

can be attained only on :

(A) $y = \cos x$

(B) $y = \sin x$

(C) $y = \tan x$

(D) None of the above

128. Extremum of the functional

$$I[y(x)] = \int_1^e (xe^y - ye^x) dx$$

under the condition $y(1) = 1$, $y(e) = 1$ is :

(A) $y = x + \log x$

(B) $y = x^2 + \log x$

(C) $y = x - 2 \log x$

(D) None of the above

129. If $I[y(x)] = \int_0^1 (x \sin y + \cos y) dx$,

$$y(0) = 0, y(1) = \frac{\pi}{4} \text{ be a functional, then}$$

extremum can be found on the curve :

(A) $y = \cot^{-1} x$ (B) $y = \sec^{-1} x$

(C) $y = \operatorname{cosec}^{-1} x$ (D) $y = \tan^{-1} x$



130. वह वक्र जिस पर फलनक

$$\int_0^1 [(y')^2 + 12xy] dx, y(0)=0, y(1)=1$$

चरमीकृत हो सकता है, होगा :

(A) $y = x^3$

(B) $y = x^2$

(C) $y = x$

(D) $y = x^4$

131. समाकल चिन्हों के अधीन अवकलन के लिये 'लाइबनिज' नियम है :

$$(A) \frac{d}{dx} \left[\int_a^x K(x, \xi) u(\xi) d\xi \right] = \int_a^x \frac{\partial K}{\partial x} u(\xi) d\xi$$

$$(B) \frac{d}{dx} \left[\int_a^x K(x, \xi) u(\xi) d\xi \right] = \int_a^x \frac{\partial K}{\partial x} u(\xi) d\xi + C$$

$$(C) \frac{d}{dx} \left[\int_a^x K(x, \xi) u(\xi) d\xi \right] = \int_a^x \frac{\partial K}{\partial x} u(\xi) d\xi + K(x, x)$$

$$(D) \frac{d}{dx} \left[\int_a^x K(x, \xi) u(\xi) d\xi \right] = \int_a^x \frac{\partial K}{\partial x} u(\xi) d\xi + K(x, x) u(x)$$

130. The curve on which the functional

$$\int_0^1 [(y')^2 + 12xy] dx, y(0)=0, y(1)=1$$

can be extremised, will be :

(A) $y = x^3$

(B) $y = x^2$

(C) $y = x$

(D) $y = x^4$

131. 'Leibnitz' rule for differentiation under integral signs is given by :

$$(A) \frac{d}{dx} \left[\int_a^x K(x, \xi) u(\xi) d\xi \right] = \int_a^x \frac{\partial K}{\partial x} u(\xi) d\xi$$

$$(B) \frac{d}{dx} \left[\int_a^x K(x, \xi) u(\xi) d\xi \right] = \int_a^x \frac{\partial K}{\partial x} u(\xi) d\xi + C$$

$$(C) \frac{d}{dx} \left[\int_a^x K(x, \xi) u(\xi) d\xi \right] = \int_a^x \frac{\partial K}{\partial x} u(\xi) d\xi + K(x, x)$$

$$(D) \frac{d}{dx} \left[\int_a^x K(x, \xi) u(\xi) d\xi \right] = \int_a^x \frac{\partial K}{\partial x} u(\xi) d\xi + K(x, x) u(x)$$



132. प्रारंभिक मान समस्या $y'' + xy = 1, y(0) = 0 = y'(0)$ से सम्बन्धित वोल्टेरा समाकल समीकरण है :

(A) $y(x) = \frac{x}{2} + \int_0^x (x + \xi) \cdot y(\xi) d\xi$

(B) $y(x) = \frac{x}{2} - \int_0^x (x + \xi) \cdot y(\xi) d\xi$

(C) $y(x) = \frac{x^2}{2} - \int_0^x (x - \xi) \xi \cdot y(\xi) d\xi$

(D) $y(x) = \frac{x^2}{2} + \int_0^x (x - \xi) \xi \cdot y(\xi) d\xi$

133. यदि $\sum f_n(z)$ परिवद्ध एवं संवृत्त प्रांत D में एक चर फलनों की अनंत श्रेणी है एवं $|f_n(z)| \leq M_n$, जहाँ $\sum M_n$ धनात्मक अचरों की कोई श्रेणी है तथा $\sum M_n$ अभिसारी है, तब वीयरस्ट्रास M-परीक्षण से सिद्ध होता है :

(A) $\sum f_n(z)$ का मात्र एकसमान अभिसरण ।

(B) $\sum f_n(z)$ का मात्र निरपेक्ष अभिसरण ।

(C) $\sum f_n(z)$ का एकसमान और निरपेक्ष अभिसरण ।

(D) $\sum f_n(z)$ का मात्र प्रतिबंधी अभिसरण ।

132. Volterra integral equation related to initial value problem $y'' + xy = 1, y(0) = 0 = y'(0)$ is :

(A) $y(x) = \frac{x}{2} + \int_0^x (x + \xi) \cdot y(\xi) d\xi$

(B) $y(x) = \frac{x}{2} - \int_0^x (x + \xi) \cdot y(\xi) d\xi$

(C) $y(x) = \frac{x^2}{2} - \int_0^x (x - \xi) \xi \cdot y(\xi) d\xi$

(D) $y(x) = \frac{x^2}{2} + \int_0^x (x - \xi) \xi \cdot y(\xi) d\xi$

133. If $\sum f_n(z)$ is an infinite series of single valued functions in bounded and closed domain D and $|f_n(z)| \leq M_n$, where $\sum M_n$ is a series of positive constants and $\sum M_n$ is convergent then Weierstrass M-test proves :

(A) Only uniform convergence of $\sum f_n(z)$.

(B) Only absolute convergence of $\sum f_n(z)$.

(C) Uniform and absolute convergence of $\sum f_n(z)$.

(D) Only conditional convergence of $\sum f_n(z)$.



134. 'वोल्टेरा समाकल समीकरण' का द्वितीय प्रकार दिया जाता है :

(A) $\int_a^b K(x, \xi)u(\xi)d\xi + f(x) = 0$ द्वारा

(B) $\int_a^x K(x, \xi)u(\xi)d\xi + f(x) = 0$ द्वारा

(C) $\int_a^x K(x, \xi)u(\xi)d\xi + f(x) = u(x)$ द्वारा

(D) $\int_a^b K(x, \xi)u(\xi)d\xi + f(x) = u(x)$ द्वारा

135. समाकल समीकरण $u(x) = 1 + \int_0^x u(\xi)d\xi$ का हल है :

(A) $u(x) = 1$ (B) $u(x) = x$

(C) $u(x) = e^x$ (D) $u(x) = \cos x$

136. समाकल समीकरण

$$\int_a^b K(x, \xi)u(\xi)d\xi + f(x) = u(x)$$

है, एक :

(A) प्रथम प्रकार का "वोल्टेरा समाकल समीकरण" ।

(B) द्वितीय प्रकार का "वोल्टेरा समाकल समीकरण" ।

(C) प्रथम प्रकार का "फ्रेडहोम समाकल समीकरण" ।

(D) द्वितीय प्रकार का "फ्रेडहोम समाकल समीकरण" ।

134. Second kind of 'Volterra integral equation' is given by :

(A) $\int_a^b K(x, \xi)u(\xi)d\xi + f(x) = 0$

(B) $\int_a^x K(x, \xi)u(\xi)d\xi + f(x) = 0$

(C) $\int_a^x K(x, \xi)u(\xi)d\xi + f(x) = u(x)$

(D) $\int_a^b K(x, \xi)u(\xi)d\xi + f(x) = u(x)$

135. Solution of integral equation

$u(x) = 1 + \int_0^x u(\xi)d\xi$ is :

(A) $u(x) = 1$ (B) $u(x) = x$

(C) $u(x) = e^x$ (D) $u(x) = \cos x$

136. Integral equation

$$\int_a^b K(x, \xi)u(\xi)d\xi + f(x) = u(x)$$

is a.:

(A) "Volterra Integral Equation" of first kind.

(B) "Volterra Integral Equation" of second kind.

(C) "Fredholm Integral Equation" of first kind.

(D) "Fredholm Integral Equation" of second kind.



137. 'फ्रेडहोम समाकल समीकरण'

$$u(x) = f(x) + \lambda \int_a^b K(x, \xi) u(\xi) d\xi$$

के लिये 'रिजल्वेन्ट कर्नेल' $R(x, \xi; \lambda)$ तथा 'इटेरेटेड कर्नेल' $K_n(x, \xi)$ के बीच संबंध है :

(A) $R(x, \xi; \lambda) = \sum_1^\infty \lambda^n K_n(x, \xi)$

(B) $R(x, \xi; \lambda) = \sum_1^\infty \lambda^{n-1} K_n(x, \xi)$

(C) $R(x, \xi; \lambda) = \sum_1^\infty \lambda^n K_{n-1}(x, \xi)$

(D) $R(x, \xi; \lambda) = \sum_0^1 \lambda^{n-1} K_{n-1}(x, \xi)$

138. समाकल समीकरण

$$\int_a^x K(x, \xi) u(\xi) d\xi + f(x) = 0$$

है, एक :

(A) प्रथम प्रकार का "फ्रेडहोम समाकल समीकरण"

(B) द्वितीय प्रकार का "फ्रेडहोम समाकल समीकरण"

(C) प्रथम प्रकार का "वोल्टेरा समाकल समीकरण"

(D) द्वितीय प्रकार का "वोल्टेरा समाकल समीकरण"

137. The relation between 'Resolvent Kernel'

$R(x, \xi; \lambda)$ and 'iterated kernel' $K_n(x, \xi)$ for a 'Fredholm Integral Equation'

$$u(x) = f(x) + \lambda \int_a^b K(x, \xi) u(\xi) d\xi$$

is :

(A) $R(x, \xi; \lambda) = \sum_1^\infty \lambda^n K_n(x, \xi)$

(B) $R(x, \xi; \lambda) = \sum_1^\infty \lambda^{n-1} K_n(x, \xi)$

(C) $R(x, \xi; \lambda) = \sum_1^\infty \lambda^n K_{n-1}(x, \xi)$

(D) $R(x, \xi; \lambda) = \sum_0^1 \lambda^{n-1} K_{n-1}(x, \xi)$

138. Integral equation

$$\int_a^x K(x, \xi) u(\xi) d\xi + f(x) = 0$$

is a :

(A) "Fredholm Integral Equation" of first kind

(B) "Fredholm Integral Equation" of second kind

(C) "Volterra Integral Equation" of first kind

(D) "Volterra Integral Equation" of second kind.



139. सममित कर्नेल वाले 'फ्रेडहोम समाकल समीकरण'

$$y(x) = \lambda \int_a^b K(x, \xi) y(\xi) d\xi$$

के लिये आइगेन मान सदैव होते हैं :

- (A) वास्तविक
- (B) काल्पनिक
- (C) मात्र धनात्मक पूर्णांक
- (D) मात्र ऋणात्मक पूर्णांक

140. समाकल समीकरण

$$x = \int_0^x \cos(x - \xi) u(\xi) d\xi$$

का हल है :

- (A) $1 + \frac{x^2}{2}$
- (B) $1 - \frac{x^2}{2}$
- (C) $1 + x$
- (D) $1 - x$

141. माना $X = \{a, b, c, d\}$ और माना $T = \{X, \phi, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}, \{c, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}\}$, X के लिए एक सांस्थिति है। तब संग्रह..... T के लिए एक आधार है।

- (A) $B(x) = \{\{a\}, \{c, d\}\}$
- (B) $B(x) = \{\{a\}, \{b\}, \{c, d\}\}$
- (C) $B(x) = \{\{b\}, \{c, d\}\}$
- (D) $B(x) = \{\{a\}, \{b\}\}$

139. For the 'Fredholm Integral Equation'.

$$y(x) = \lambda \int_a^b K(x, \xi) y(\xi) d\xi$$

with symmetric kernel eigen values are always :

- (A) real
- (B) imaginary
- (C) only positive integer
- (D) only negative integer

140. Solution of the integral equation :

$$x = \int_0^x \cos(x - \xi) u(\xi) d\xi$$

is :

- (A) $1 + \frac{x^2}{2}$
- (B) $1 - \frac{x^2}{2}$
- (C) $1 + x$
- (D) $1 - x$

141. Let $X = \{a, b, c, d\}$ and let $T = \{X, \phi, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}, \{c, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}\}$ be a topology for X . Then the collection.....is a basis for T .

- (A) $B(x) = \{\{a\}, \{c, d\}\}$
- (B) $B(x) = \{\{a\}, \{b\}, \{c, d\}\}$
- (C) $B(x) = \{\{b\}, \{c, d\}\}$
- (D) $B(x) = \{\{a\}, \{b\}\}$



142. एक सांस्थितिक समष्टि (X, T) , T_1 -समष्टि कहलाता है यदि X के भिन्न बिन्दुओं x और y के प्रत्येक युग्म के लिए x और y के सामीप्य क्रमशः N और M का अस्तित्व इस प्रकार हो कि :

- (A) $x \notin M$ और $y \notin N$
- (B) $x \in M$ और $y \in N$
- (C) $x \notin M$ और $y \in N$
- (D) $x \in M$ और $y \notin N$

143. एक सांस्थितिक समष्टि (X, T) नियमित कहलाता है यदि और केवल यदि प्रत्येक T -संवृत समुच्चय F और प्रत्येक बिन्दु $p \notin F$ के लिए T -विवृत समुच्चय G और H का अस्तित्व इस प्रकार है कि :

- (A) $F \subset G, p \in H$ और $G \cap H = \phi$
- (B) $F \subset G, p \in H$ या $G \cap H = \phi$
- (C) $F \subset G, p \in H$ या $G \cup H = \phi$
- (D) $F \subset G, p \in H$ और $G \cap H = \phi$

142. A topological space (X, T) is said to be T_1 -space if for every pair of distinct points x and y of X there exist nbds N and M of x and y respectively such that :

- (A) $x \notin M$ and $y \notin N$
- (B) $x \in M$ and $y \in N$
- (C) $x \notin M$ and $y \in N$
- (D) $x \in M$ and $y \notin N$

143. A topological space (X, T) is said to be regular if and only if for every T -closed set F and every point $p \notin F$, there exists T -open sets G and H such that :

- (A) $F \subset G, p \in H$ and $G \cap H = \phi$
- (B) $F \subset G, p \in H$ or $G \cap H = \phi$
- (C) $F \subset G, p \in H$ or $G \cup H = \phi$
- (D) $F \subset G, p \in H$ and $G \cap H = \phi$



144. एक सांस्थितिक समष्टि (X, T) पूर्णतया सामान्य कहलाता है यदि और केवल यदि X के कोई दो पृथक्कृत उपसमुच्चय A और B के लिए विवृत समुच्चय G और H का अस्तित्व इस प्रकार है कि :

- (A) $A \subset G, B \subset H$ और $G \cap H = \phi$
- (B) $A \subset G, B \subset H$ और $G \cap H \neq \phi$
- (C) $A \subset G, B \subset H$ या $G \cap H = \phi$
- (D) $A \subset G, B \subset H$ या $G \cap H \neq \phi$

145. माना (X, T) सांस्थितिक समष्टियों (X_1, T_1) और (X_2, T_2) का गुणन सांस्थितिक समष्टि है, तब X संहत होता है यदि और केवल यदि :

- (A) X_1 या X_2 संहत है ।
- (B) X_1 और X_2 दोनों संहत हैं ।
- (C) X_1 और X_2 दोनों संहत नहीं हैं ।
- (D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

144. A topological space (X, T) is said to be completely normal if and only if for any two separated subsets A and B of X , there exists open sets G and H such that :

- (A) $A \subset G, B \subset H$ and $G \cap H = \phi$
- (B) $A \subset G, B \subset H$ and $G \cap H \neq \phi$
- (C) $A \subset G, B \subset H$ or $G \cap H = \phi$
- (D) $A \subset G, B \subset H$ or $G \cap H \neq \phi$

145. Let (X, T) be the product of topological space of topological spaces (X_1, T_1) and (X_2, T_2) . Then X is a compact if and only if :

- (A) X_1 or X_2 is compact
- (B) X_1 and X_2 both are compact
- (C) X_1 and X_2 both are not compact
- (D) None of the above



146. यदि एक सामान्यीकृत निर्देशांक संवेग की विमा रखता है, तब सामान्यीकृत वेग.....की विमा रखेगा ।

- (A) बल (B) ऊर्जा
(C) जड़त्व (D) गति

147. इकाई द्रव्यमान का एक कण इस प्रकार प्रक्षेपित किया जाता है कि जिस क्षेत्र में वह घूम रहा है वहाँ उसकी कुल ऊर्जा E है और मूल बिन्दु से r दूरी पर स्थितिज ऊर्जा $V(r)$ है, तो ऐसे कण के लिए न्यूनतम क्रिया के सिद्धांत द्वारा पथ का अवकल समीकरण है :

- (A) $c^2 \left[r^2 + \left(\frac{dr}{d\theta} \right)^2 \right] = r^4 [E + V(r)]$
(B) $c^2 \left[r^2 - \left(\frac{dr}{d\theta} \right)^2 \right] = r^4 [E + V(r)]$
(C) $c^2 \left[r^2 - \left(\frac{dr}{d\theta} \right)^2 \right] = r^4 [E - V(r)]$
(D) $c^2 \left[r^2 + \left(\frac{dr}{d\theta} \right)^2 \right] = r^4 [E - V(r)]$

146. If a generalised co-ordinate has the dimensions of momentum, then the generalised velocity will have the dimensions of.....

- (A) Force (B) Energy
(C) Inertia (D) Speed

147. A particle of unit mass is projected so that its total energy is E in field it is moving in and the potential energy is $V(r)$ at a distance r from the origin, then for such a particle by principle of least action, the differential equation of the path is :

- (A) $c^2 \left[r^2 + \left(\frac{dr}{d\theta} \right)^2 \right] = r^4 [E + V(r)]$
(B) $c^2 \left[r^2 - \left(\frac{dr}{d\theta} \right)^2 \right] = r^4 [E + V(r)]$
(C) $c^2 \left[r^2 - \left(\frac{dr}{d\theta} \right)^2 \right] = r^4 [E - V(r)]$
(D) $c^2 \left[r^2 + \left(\frac{dr}{d\theta} \right)^2 \right] = r^4 [E - V(r)]$



148. विचरण सिद्धांत में दो अंत बिन्दुओं के मध्य किसी फलन का रेखा समाकल होता है :

- (A) शून्य
- (B) अनन्त
- (C) एक
- (D) चरम

149. हैमिल्टोनियन H को.....के रूप में परिभाषित किया जाता है ।

- (A) निकाय की ऊर्जा में अंतर
- (B) निकाय की कुल ऊर्जा
- (C) निकाय की ऊर्जा का गुणनफल
- (D) नियत ऊर्जा

150. यदि लैग्रेंजियन स्पष्ट रूप से समय पर निर्भर नहीं है, तब :

- (A) हैमिल्टोनियन स्थिरांक नहीं है
- (B) गतिज ऊर्जा स्थिरांक है
- (C) हैमिल्टोनियन स्थिरांक है
- (D) स्थितिज ऊर्जा स्थिरांक है

148. In variational principle the line integral of some function between two end points is :

- (A) Zero
- (B) Infinite
- (C) One
- (D) Extremum

149. Hamiltonian H is defined as:.....

- (A) The difference in energy of the system
- (B) The total energy of the system
- (C) The product of energy of the system
- (D) Constant energy

150. If the Lagrangian does not depend on time explicitly, then :

- (A) Hamiltonian is not constant.
- (B) The kinetic energy is constant.
- (C) The Hamiltonian is constant.
- (D) The potential energy is constant.



भाग III (Part III)

61. यदि $E_1, E_2, \dots, E_n$ एक गणनीय घटनाओं का अनुक्रम इस प्रकार का हो कि $E_i \supset E_{i+1}; i = 1, 2, \dots$, तो :

- (A) $\lim_{n \rightarrow \infty} P(E_n) = 0$
 (B) $\lim_{n \rightarrow \infty} P(E_n) = \infty$
 (C) $\lim_{n \rightarrow \infty} P(E_n) = 1$
 (D) $\lim_{n \rightarrow \infty} P(E_n) = 0.5$

62. एक बैग में 4 लाल और 6 हरी गेंदें हैं, उनमें से एक व्यक्ति 2 गेंदें निकालता है। यदि उसे एक लाल गेंद निकालने के 45 रुपये मिलते हैं तथा हरी गेंद निकालने के 22.50 रुपये मिलते हैं, तो उसकी प्रत्याशा होगी :

- (A) 42 रुपये (B) 15 रुपये
 (C) 40 रुपये (D) 63 रुपये

63. दिया हुआ एक सममित बंटन है :

$$f(x) = \frac{2a}{\pi} \left(\frac{1}{a^2 + x^2} \right); -a \leq x \leq a$$

इसका चतुर्थ केन्द्रीय आघूर्ण (μ_4) होगा :

- (A) $\frac{a^2(4-\pi)}{\pi}$ (B) $a^4 \left(1 - \frac{8}{3\pi} \right)$
 (C) $(1-2a)\pi$ (D) $a^4 \left(1 + \frac{3}{8\pi} \right)$

61. If $E_1, E_2, \dots, E_n$ is a countable sequence of events such that $E_i \supset E_{i+1}$ for $i = 1, 2, \dots$, then :

- (A) $\lim_{n \rightarrow \infty} P(E_n) = 0$
 (B) $\lim_{n \rightarrow \infty} P(E_n) = \infty$
 (C) $\lim_{n \rightarrow \infty} P(E_n) = 1$
 (D) $\lim_{n \rightarrow \infty} P(E_n) = 0.5$

62. A man draws 2 balls from a bag containing 4 red and 6 green balls. If he is to receive Rs. 45 for every red ball which he draws and Rs. 22.50 for every green ball, then his expectation is :

- (A) Rs. 42 (B) Rs. 15
 (C) Rs. 40 (D) Rs. 63

63. Given the symmetrical distribution :

$$f(x) = \frac{2a}{\pi} \left(\frac{1}{a^2 + x^2} \right); -a \leq x \leq a$$

the fourth central moment (μ_4) will be :

- (A) $\frac{a^2(4-\pi)}{\pi}$ (B) $a^4 \left(1 - \frac{8}{3\pi} \right)$
 (C) $(1-2a)\pi$ (D) $a^4 \left(1 + \frac{3}{8\pi} \right)$



64. चैबिशेव असमिका का प्रयोग करके ज्ञात कीजिए कि एक अनभिन्नत सिक्के को कितनी बार उछाला जाये कि उसके चित आने की संख्याओं तथा उछालों की संख्या का अनुपात 0.4 से 0.6 के मध्य रहने की प्रायिकता कम से कम 0.90 हो ?

- (A) 120 (B) 80
(C) 250 (D) 375

65. माना $X_1, X_2, \dots, X_n$ एक समान एवं स्वतंत्र रूप से बँटित (iid) प्वासॉँ चर $P(1)$ हैं तथा $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ हो, तो :

$$P\left(\frac{S_n - n}{\sqrt{n}} \leq 0\right)$$

का मान होगा :

- (A) 0.5 (B) 1
(C) e^{-n} (D) e^{-1}

66. X और Y का दिया हुआ संयुक्त बंटन BVN (3, 4, 16, 25, 0.8) हो, तो $P(5 < X < 9 | Y = 6)$ का मान होगा :

दिया है :

z	0.3	1.0	1.97	3.0
$\phi(z)$	0.11791	0.34134	0.47558	0.49865

- (A) 0.35767 (B) 0.48767
(C) 0.59349 (D) 0.29674

64. Using Chebyshev's inequality, how many times a fair coin must be tossed in order that the probability will be at least 0.90 that the ratio of the observed number of heads to the number of tossed will lie between 0.4 and 0.6 ?

- (A) 120 (B) 80
(C) 250 (D) 375

65. Let $X_1, X_2, \dots, X_n$ be iid Poisson variates $P(1)$ and $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$. Then :

$$P\left(\frac{S_n - n}{\sqrt{n}} \leq 0\right)$$

is equal to :

- (A) 0.5 (B) 1
(C) e^{-n} (D) e^{-1}

66. Given joint distribution of X and Y as BVN (3, 4, 16, 25, 0.8), then $P(5 < X < 9 | Y = 6)$ will be :

Given :

z	0.3	1.0	1.97	3.0
$\phi(z)$	0.11791	0.34134	0.47558	0.49865

- (A) 0.35767 (B) 0.48767
(C) 0.59349 (D) 0.29674



67. स्वतंत्र यादृच्छिक चरों का दिया हुआ अनुक्रम $\{X_n\}$ परिभाषित है :

$$P\{X_k = \pm 2^k\} = 2^{-(2k+1)},$$

$$P(X_k = 0) = 1 - 2^{-2k}.$$

यदि $B_n = \text{Var}\left(\sum_{i=1}^n X_i\right)$ हो, तो $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{B_n}{n^2}$

का मान होगा :

68. दिए हुए द्विविधा यादृच्छिक चरों X व Y का संयुक्त प्रायिकता घनत्व फलन है :

$$f(x, y) = \begin{cases} kx(x-y); & 0 \leq x \leq 2, -x < y < x \\ 0; & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

घटना $A : \{X : x \geq 1\}$ की प्रायिकता होगी :

- (A) $\frac{2}{3}$
(B) $\frac{7}{15}$
(C) $\frac{15}{16}$
(D) $\frac{1}{8}$

67. Given the sequence $\{X_n\}$ of independent random variables defined by :

$$P\{X_k = \pm 2^k\} = 2^{-(2k+1)},$$

$$P(X_k = 0) = 1 - 2^{-2k}.$$

If $B_n = \text{Var}\left(\sum_{i=1}^n X_i\right)$, then $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{B_n}{n^2}$

is equal to :

- (A) 2^n
(B) 1
(C) ∞
(D) 0
68. The two-dimensional random variables X and Y have the joint probability density function :

$$f(x, y) = \begin{cases} kx(x-y); & 0 \leq x \leq 2, -x < y < x \\ 0; & \text{otherwise} \end{cases}$$

The probability of the event

$A : \{X : x \geq 1\}$

is :

- (A) $\frac{2}{3}$
(B) $\frac{7}{15}$
(C) $\frac{15}{16}$
(D) $\frac{1}{8}$



69. एक संतत यादृच्छिक चर X का प्रायिकता घनत्व फलन है :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{x}{\lambda}}; & x > 0, \lambda > 0 \\ 0; & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

$Y = \sqrt{X}$ का प्रायिकता घनत्व फलन होगा :

- (A) $\frac{1}{\lambda} e^{-\frac{y}{\lambda}}$
- (B) $\frac{2y^2}{\lambda} e^{-\frac{y^2}{\lambda}}$
- (C) $\frac{2y^2}{\lambda} e^{-\frac{y}{\sqrt{\lambda}}}$
- (D) $\frac{2y}{\lambda} e^{-\frac{y^2}{\lambda}}$
70. एक साइकिल सवार अपनी यात्रा के पहले 3 मील 8 मील प्रति घण्टा की गति से, अगले 2 मील 3 मील प्रति घण्टा की गति और अन्तिम 2 मील, 2 मील प्रति घण्टा की गति से तय करता है। उसकी पूरी यात्रा के लिए औसत गति होगी :
- (A) 4.33 मील/घण्टा
- (B) 3.43 मील/घण्टा
- (C) 4.86 मील/घण्टा
- (D) 3.33 मील/घण्टा

69. The probability density function of a continuous random variable X is given by :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{x}{\lambda}}; & x > 0, \lambda > 0 \\ 0; & \text{otherwise} \end{cases}$$

The p.d.f. of $Y = \sqrt{X}$ will be :

- (A) $\frac{1}{\lambda} e^{-\frac{y}{\lambda}}$
- (B) $\frac{2y^2}{\lambda} e^{-\frac{y^2}{\lambda}}$
- (C) $\frac{2y^2}{\lambda} e^{-\frac{y}{\sqrt{\lambda}}}$
- (D) $\frac{2y}{\lambda} e^{-\frac{y^2}{\lambda}}$
70. A cyclist covers his first 3 miles at an average speed of 8 m.p.h., another 2 miles at 3 m.p.h. and the last 2 miles at 2 m.p.h. The average speed for the entire journey is :
- (A) 4.33 m.p.h.
- (B) 3.43 m.p.h.
- (C) 4.86 m.p.h.
- (D) 3.33 m.p.h.



71. यदि R_i शृंखला X_n द्वारा अवस्था (i) में लौटने की संख्या है और $P_{i,i}$ शृंखला द्वारा अवस्था (i) से अवस्था (i) में सीमित समय के भीतर लौटने की प्रायिकता है तो निम्नलिखित में से कौनसा कथन मार्कोव शृंखला $\{X_n\}_{n \geq 0}$ के संक्रमण प्रायिकता आव्यूह P के लिए क्षणिक अवस्था (i) के बारे में सही नहीं है ?

(A) $\mathbb{P}(R_i = \infty | X_0 = i) < 1$

(B) $P_{i,i} < 1$

(C) $\sum_{n \geq 1} [P^n]_{i,i} < \infty$

(D) $\mathbb{E}(R_i | X_0 = i) = \infty$

72. एक पुनरावर्ती अवस्था (i) को शून्य पुनरावर्ती कहा जाता है, यदि $\mu_i(i)$ यानी अवस्था (i) से (i) में लौटने का प्रत्याशित समय :

(A) $\mu_i(i) = 1$

(B) $1 < \mu_i(i) < \infty$

(C) $\mu_i(i) = \infty$

(D) $\mu_i(i) = 0$

71. If R_i is number of return to state (i) by chain X_n and $P_{i,i}$ is the probability of return to state (i) from state (i) within finite time. Then, which of the following is *not true* for transient state (i) of a Markov chain $\{X_n\}_{n \geq 0}$ with transition probability matrix P ?

(A) $\mathbb{P}(R_i = \infty | X_0 = i) < 1$

(B) $P_{i,i} < 1$

(C) $\sum_{n \geq 1} [P^n]_{i,i} < \infty$

(D) $\mathbb{E}(R_i | X_0 = i) = \infty$

72. A recurrent state (i) is said to be null recurrent if $\mu_i(i)$ that is expected time of return to state (i) from (i) is :

(A) $\mu_i(i) = 1$

(B) $1 < \mu_i(i) < \infty$

(C) $\mu_i(i) = \infty$

(D) $\mu_i(i) = 0$



73. माना X_1 और X_2 दो स्वतंत्र और समान वितरण वाले यादृच्छिक चर हैं, जिनका प्रायिकता द्रव्यमान फलन

$$P(X_i = k) = \frac{1}{2^{k+1}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad i = 1, 2$$

है, तो $X_1 + X_2 = 7$ होने की प्रायिकता क्या होगी ?

- (A) $\frac{8}{2^9}$ (B) $\frac{7}{2^8}$
(C) $\frac{8}{2^8}$ (D) $\frac{7}{2^9}$

74. मान लीजिए कि $X_1, X_2, \dots, X_8$ स्वतंत्र और समान रूप से वितरित $N(0, 1)$ यादृच्छिक चर हैं। यदि

$$T = X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_8^2$$

है, तो $E\left(\frac{1}{T}\right)$ का मान क्या होगा :

- (A) $\frac{1}{5}$
(B) $\frac{1}{8}$
(C) $\frac{1}{12}$

(D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

73. Let X_1 and X_2 are two independent and identically distributed random variables with probability mass function :

$$P(X_i = k) = \frac{1}{2^{k+1}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad i = 1, 2$$

Then the probability that $X_1 + X_2 = 7$ is :

- (A) $\frac{8}{2^9}$ (B) $\frac{7}{2^8}$
(C) $\frac{8}{2^8}$ (D) $\frac{7}{2^9}$

74. Let $X_1, X_2, \dots, X_8$ be independent and identically normally distributed $N(0, 1)$ random variables. If

$$T = X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_8^2,$$

then $E\left(\frac{1}{T}\right)$ equals :

- (A) $\frac{1}{5}$
(B) $\frac{1}{8}$
(C) $\frac{1}{12}$

(D) None of the above



75. एक द्विपद बंटन का प्रायिकता द्रव्यमान फलन :

$$p(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x};$$

$$x = 0, 1, 2, \dots, n; 0 < p < 1.$$

है। यदि तीसरा केन्द्रीय आपूर्ण μ_3 प्रसरण μ_2 का k गुना है, तो p का मान क्या होगा ?

- (A) $\frac{1}{k+1}$ (B) $\frac{1-k}{2}$
(C) $\frac{1+k}{3}$ (D) $\frac{1}{k-1}$

76. एक मार्कोव श्रृंखला की अवशोषी अवस्था :

- (A) आवर्ती और क्षणिक होती है
(B) आवर्ती और पुनरावर्ती होती है
(C) अनावर्ती और क्षणिक होती है
(D) अनावर्ती और पुनरावर्ती होती है

77. यदि X_1, X_2 स्वतंत्र मानक प्रसामान्य विचर

हैं, तो $\frac{X_1^2}{X_2^2}$ का बंटन क्या होगा ?

- (A) मानक प्रसामान्य
(B) स्टूडेंट 'टी'
(C) काई-वर्ग
(D) F (1, 1)

75. In a Binomial distribution with probability mass function (pmf)

$$p(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x};$$

$$x = 0, 1, 2, \dots, n, 0 < p < 1.$$

the third central moment μ_3 is k times the variance μ_2 . What is the value of p ?

- (A) $\frac{1}{k+1}$ (B) $\frac{1-k}{2}$
(C) $\frac{1+k}{3}$ (D) $\frac{1}{k-1}$

76. An absorbing state of Markov chain is :

- (A) Periodic and Transient
(B) Periodic and Recurrent
(C) Aperiodic and Transient
(D) Aperiodic and Recurrent

77. If X_1, X_2 are independent standard normal variates, then the distribution of

$$\frac{X_1^2}{X_2^2} \text{ is :}$$

- (A) Standard Normal
(B) Student's 't'
(C) Chi-square
(D) F (1, 1)



78. मान लीजिए $X \sim F(3, 9)$ और $Y \sim F(9, 3)$ । यदि $P(X \geq 4) = 0.46$ और $P(Y \leq k) = 0.46$ है, तो k का क्या मान होगा ?

- (A) 0.025
- (B) 0.25
- (C) 2
- (D) 4

79. यदि X एक यादृच्छिक चर है, जिसका प्रायिकता घनत्व फलन $f(x; \theta) = \theta e^{-\theta x}; x > 0, \theta > 0$, है, तो :

- (A) $E(X) < V(X); 0 < \theta < 1$
- (B) $E(X) > V(X); 0 < \theta < 1$
- (C) $E(X) < V(X) \forall \theta > 0$
- (D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

80. मान लीजिए कि X_1, X_2, X_3, X_4 स्वतंत्र और समान रूप से वितरित यादृच्छिक चर हैं, जिनका समान बंटन $U(0, 1)$ है । यदि W, X_i की परिसर है, तो W का प्रत्याशित मान क्या होगा ?

- (A) $3/4$
- (B) $3/5$
- (C) $4/5$
- (D) $1/2$

78. Let $X \sim F(3, 9)$ and $Y \sim F(9, 3)$. If $P(X \geq 4) = 0.46$ and $P(Y \leq k) = 0.46$, then the value of k is :

- (A) 0.025
- (B) 0.25
- (C) 2
- (D) 4

79. Let X be a random variable with probability density function (pdf) $f(x; \theta) = \theta e^{-\theta x}; x > 0, \theta > 0$, then :

- (A) $E(X) < V(X); 0 < \theta < 1$
- (B) $E(X) > V(X); 0 < \theta < 1$
- (C) $E(X) < V(X) \forall \theta > 0$
- (D) None of the above

80. Let X_1, X_2, X_3, X_4 be independent and identically distributed random variables with $U(0, 1)$ as their common distribution. If W is the range of X_i 's then expected value of W will be :

- (A) $3/4$
- (B) $3/5$
- (C) $4/5$
- (D) $1/2$



81. एक प्रतिदर्श $X_1, X_2, \dots, X_n; X$ के लिए निकाला जाता है, जो दो मान 1 और 0 लेता है, जिसकी प्रायिकता क्रमशः θ और $(1-\theta)$

है। तब $\frac{\sum_{i=1}^n X_i \left(\sum_{i=1}^n X_i - 1 \right)}{n(n-1)}$ एक अनभिनत

आकलक है :

- (A) θ का
- (B) θ^2 का
- (C) $\theta+n$ का
- (D) $n\theta$ का

82. एक यादृच्छिक प्रतिदर्श $X_1, X_2, \dots, X_n$ प्रसामान्य समग्र से लिया जाता है, जिसका माध्य μ और प्रसरण σ^2 है। आघूर्ण विधि से μ और σ के आकलक हैं :

(A) $\bar{X}, \sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 / n}$

(B) $n\bar{X}, \sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}) / n}$

(C) $\bar{X}, \sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i^2 - \bar{X}^2) / n}$

(D) $n\bar{X}, \sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 / n}$

81. A random sample $X_1, X_2, \dots, X_n$ drawn on X which takes the values 1 or 0 with respective probabilities θ and $(1-\theta)$.

Then $\frac{\sum_{i=1}^n X_i \left(\sum_{i=1}^n X_i - 1 \right)}{n(n-1)}$ is an unbiased

estimator of :

- (A) θ
- (B) θ^2
- (C) $\theta+n$
- (D) $n\theta$

82. Let $X_1, X_2, \dots, X_n$ be a random sample from normal population with mean μ and variance σ^2 . Estimates of μ and σ by using the method of moments are :

(A) $\bar{X}, \sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 / n}$

(B) $n\bar{X}, \sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}) / n}$

(C) $\bar{X}, \sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i^2 - \bar{X}^2) / n}$

(D) $n\bar{X}, \sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 / n}$



83. यदि T_1 और T_2 , $r(\theta)$ के दो अनभिनत आकलक हैं, इनका प्रसरण समान है और इनके मध्य सहसंबंध ρ है। माना प्रत्येक आकलक की दक्षता e है, तब :

- (A) $\rho \geq \sqrt{e}$
- (B) $\rho \geq e-1$
- (C) $\rho \geq 2e-1$
- (D) $\rho \geq \sqrt{e-1}$

84. माना X एक यादृच्छिक चर है, जिसका एक समान बंटन है, जिसका घनत्व फलन है

$$f(x, \theta) = f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{2\sqrt{3}\sigma}$$

$$I_{(\mu-\sqrt{3}\sigma, \mu+\sqrt{3}\sigma)}(x) = \frac{1}{2\sqrt{3}\sigma} I_{(y_1, y_n)}(x),$$

जहाँ y_1 सबसे छोटी और y_n सबसे बड़ी टिप्पणी है, यहाँ $-\infty < \mu < \infty$, $\sigma > 0$ । μ और σ के संभावित आकलक हैं :

- (A) $\frac{1}{2}(y_1 + y_n), \frac{1}{2\sqrt{3}}(y_n - y_1)$
- (B) $\frac{1}{2}y_1, \frac{1}{2\sqrt{3}}y_n$
- (C) $\frac{1}{2}(y_1 - y_n), \frac{1}{2\sqrt{3}}(y_n + y_1)$
- (D) $\frac{1}{2}y_n, \frac{1}{2\sqrt{3}}y_1$

83. If T_1 and T_2 are two unbiased estimators of $r(\theta)$, having the same variance and ρ is correlation between them. Let e be the efficiency of each estimator. Then :

- (A) $\rho \geq \sqrt{e}$
- (B) $\rho \geq e-1$
- (C) $\rho \geq 2e-1$
- (D) $\rho \geq \sqrt{e-1}$

84. Let the random variable X have a uniform distribution with density function

$$f(x, \theta) = f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{2\sqrt{3}\sigma}$$

$$I_{(\mu-\sqrt{3}\sigma, \mu+\sqrt{3}\sigma)}(x) = \frac{1}{2\sqrt{3}\sigma} I_{(y_1, y_n)}(x),$$

where y_1 is smallest and y_n is largest observation, where $-\infty < \mu < \infty$ and $\sigma > 0$. The likelihood estimates of μ and σ are :

- (A) $\frac{1}{2}(y_1 + y_n), \frac{1}{2\sqrt{3}}(y_n - y_1)$
- (B) $\frac{1}{2}y_1, \frac{1}{2\sqrt{3}}y_n$
- (C) $\frac{1}{2}(y_1 - y_n), \frac{1}{2\sqrt{3}}(y_n + y_1)$
- (D) $\frac{1}{2}y_n, \frac{1}{2\sqrt{3}}y_1$



85. माना $f(x) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}$, $x > 0$ के लिए विश्वास्यता अन्तराल $P[0 < \theta < kx] = 1 - \alpha$ के लिए k का मान है (जबकि $\theta > 0$ है) :

(A) $\frac{1}{\log \alpha}$

(B) $\frac{1}{\log(1+\alpha)}$

(C) $\frac{-1}{\log \alpha}$

(D) $\frac{-1}{\log(1-\alpha)}$

86. माना एक बार सिक्का उछालने पर, $H_0 : p = 1/2$ के विरुद्ध $H_1 : p = 2/3$ परीक्षण के लिए, चित आने की प्रायिकता p है। सिक्के को चार बार उछाला गया है। H_0 को अस्वीकार कर दिया गया है, यदि 2 से अधिक बार चित आता है। प्रथम प्रकार की त्रुटि और परीक्षण की शक्ति की प्रायिकता है :

(A) $5/16, 33/81$

(B) $5/16, 48/81$

(C) $3/16, 33/81$

(D) $3/16, 48/81$

85. Let $f(x) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}$ for $x > 0$. The value of k for confidence interval $P[0 < \theta < kx] = 1 - \alpha$ is (for $\theta > 0$) :

(A) $\frac{1}{\log \alpha}$

(B) $\frac{1}{\log(1+\alpha)}$

(C) $\frac{-1}{\log \alpha}$

(D) $\frac{-1}{\log(1-\alpha)}$

86. Let p be the probability that a coin will fall head in a single toss in order to test $H_0 : p = 1/2$ against $H_1 : p = 2/3$. The coin is tossed 4 times and H_0 is rejected if more than 2 heads are obtained. The probabilities of type-1 error and power of the test is :

(A) $5/16, 33/81$

(B) $5/16, 48/81$

(C) $3/16, 33/81$

(D) $3/16, 48/81$



87. माना $X_1, X_2, \dots, X_n$ एक यादृच्छिक प्रतिदर्श उस समग्र से लिया गया है, जिसका pdf है $f(x; \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k)$, (H) एक k आयाम प्राचल स्पेस है। माना हम एक संयुक्त परिकल्पना

$H_0: \theta_1 = \theta_1', \theta_2 = \theta_2', \dots, \theta_r = \theta_r';$
 $r < k$, का परीक्षण करना चाहते हैं, जहाँ $\theta_1', \theta_2', \dots, \theta_r'$ निर्दिष्ट संख्याएँ हैं। जब शून्य परिकल्पना सही होगी, तब λ का उपगामी बंटन होगा :

- (A) $2 \log \lambda, \chi^2_{(n-r)}$
- (B) $-2 \log \lambda, \chi^2_{(r)}$
- (C) $\log 2\lambda, \chi^2_{(r)}$
- (D) $-2 \log \lambda, \chi^2_{(n-r)}$

88. माना $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$, $i = 2, 3, 4, 5$ एक यादृच्छिक प्रतिदर्श है। तब निम्नलिखित में से कौनसा आकलक MVUE है ?

$$T_1 = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3}, T_2 = \frac{2X_1 + X_3 + X_2}{2}$$

$$T_3 = \frac{5X_1 + 3X_2 + X_3}{9}, T_4 = \frac{X_2 + X_3 + X_5}{6}$$

- (A) T_1
- (B) T_2
- (C) T_3
- (D) T_4

87. Let $X_1, X_2, \dots, X_n$ be a random sample from a population with pdf $f(x; \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k)$, where the parametric space (H) is k dimensional. Suppose we want to test the composite hypothesis,

$H_0: \theta_1 = \theta_1', \theta_2 = \theta_2', \dots, \theta_r = \theta_r';$
 $r < k$, where $\theta_1', \theta_2', \dots, \theta_r'$ are specified numbers. When H_0 is true, the asymptotically distribution of λ is :

- (A) $2 \log \lambda, \chi^2_{(n-r)}$
- (B) $-2 \log \lambda, \chi^2_{(r)}$
- (C) $\log 2\lambda, \chi^2_{(r)}$
- (D) $-2 \log \lambda, \chi^2_{(n-r)}$

88. Let $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ for $i = 1, 2, 3, 4, 5$ be a random sample. Then which of the following estimators is MVUE ?

$$T_1 = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3}, T_2 = \frac{2X_1 + X_3 + X_2}{2}$$

$$T_3 = \frac{5X_1 + 3X_2 + X_3}{9}, T_4 = \frac{X_2 + X_3 + X_5}{6}$$

- (A) T_1
- (B) T_2
- (C) T_3
- (D) T_4



89. माना एक यादृच्छिक प्रतिदर्श $X_1, X_2, \dots, X_n$ आयताकार बंटन $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta}, 0 < x < \theta, \theta > 0$ से लिया गया है। तब ज्यामितीय माध्य $t(\underline{X}) = \left(\prod_{i=1}^n X_i \right)^{1/n}$ का संगत आकलक होगा :
- (A) $\theta^{-1}e$
 (B) θe
 (C) θe^{-1}
 (D) $\theta^{-1}e^{-1}$

90. आप अपने घर के पास बस स्टॉप चाहते हैं, यह प्रस्ताव जानने के लिए एक शहर से 400 पुरुष और 600 महिलाओं का एक यादृच्छिक प्रतिदर्श लिया गया है। इस प्रस्ताव के पक्ष में 200 पुरुष और 325 महिलाएँ थीं। 5% और 1% सार्थकता स्तर पर क्या निष्कर्ष होगा कि पुरुष और महिलाएँ दोनों इस प्रस्ताव के पक्ष में हैं ?
- (A) सार्थकता के दोनों स्तरों पर पुरुष और महिलाएँ दोनों इस पक्ष में होंगी
 (B) सार्थकता के दोनों स्तरों पर दोनों पक्ष में नहीं हैं
 (C) दी गई सूचना पर्याप्त नहीं है
 (D) सार्थकता के 1% स्तर पर दोनों पक्ष में हैं परन्तु सार्थकता के 5% स्तर पर दोनों पक्ष में नहीं हैं

89. Let $X_1, X_2, \dots, X_n$ be a random sample from a rectangular distribution $f(x; \theta) = \frac{1}{\theta}, 0 < x < \theta, \theta > 0$. Then the consistent estimator of the geometric mean $t(\underline{X}) = \left(\prod_{i=1}^n X_i \right)^{1/n}$ is :
- (A) $\theta^{-1}e$
 (B) θe
 (C) θe^{-1}
 (D) $\theta^{-1}e^{-1}$

90. Random samples of 400 men and 600 women in a city were asked whether they would like to have a bus stop near their residence. 200 men and 325 women were in favour of the proposal. What will be the inference at 5% and 1% level of significance that men and women both are in favour of the proposal ?
- (A) Both are in favour at both levels of significance
 (B) Both are not in favour at both levels of significance
 (C) Given information is not sufficient
 (D) Both are in favour at 1% level of significance but not at 5% level of significance



91. माना $X_1, X_2, \dots, X_n$ एक प्रतिदर्श है, जो एक समष्टि जिसका संचयी बंटन फलन $F(X)$ है, से लिया गया है, तो निम्न अप्राचलिक विधि एकल प्रतिदर्श के परीक्षण हेतु उपयोग में आता है :

- (A) परिकल्पना $F(M) = 0.5$ विरुद्ध $F(M) > 0.5$ का परीक्षण, जहाँ M बंटन की माध्यिका को दर्शाता है
- (B) विलकॉक्सन एकल प्रतिदर्श परीक्षण
- (C) या तो (A) या (B)
- (D) न तो (A) और न ही (B)

92. कोलमोगोरोव-स्मिरनोव अप्राचलिक परीक्षण है :

- (A) एकल प्रतिदर्श
- (B) द्वि-प्रतिदर्श
- (C) या तो (A) या (B)
- (D) न तो (A) और न ही (B)

93. किसी अनुक्रम :

XXXXYXXYYYXXYYYXXYY

में परम्परा की गिनती होगी :

- (A) 7
- (B) 8
- (C) 20
- (D) 2

91. Suppose we have a sample $X_1, X_2, \dots, X_n$ from a population with cumulative distribution function $F(X)$. The non-parametric one sample test corresponds to :

- (A) Testing the hypothesis $F(M) = 0.5$ against $F(M) > 0.5$, where M is the median of the distribution
- (B) Wilcoxon one-sample test
- (C) Either (A) or (B)
- (D) Neither (A) nor (B)

92. The Kolmogorov-Smirnov non-parametric test is :

- (A) One-sample test
- (B) Two-sample test
- (C) Either (A) or (B)
- (D) Neither (A) nor (B)

93. Consider the sequence :

XXXXYXXYYYXXYYYXXYY

The count of runs will be :

- (A) 7
- (B) 8
- (C) 20
- (D) 2



94. कोई रेटिंग डाटा जो क्रमिक पैमाने में मापा गया हो, जो निम्न परीक्षण हेतु योग्य है :

- (A) प्राचलिक परीक्षण
- (B) अप्राचलिक परीक्षण
- (C) या तो (A) या (B)
- (D) न तो (A) और न ही (B)

95. एक पायलट परीक्षण जिसमें वायरल लोड (खून के प्रति मिलीलीटर में वायरस की मात्रा) के आकलन हेतु यादृच्छिक रूप से निर्दिष्ट प्रतिभागियों को दिया गया, जिनका इलाज किया गया विरुद्ध जिनका इलाज नहीं किया गया। (N = 14) वर्गों के आँकड़े निम्नवत् हैं :

इलाज किया गया (y)	इलाज नहीं किया गया (x)
540	5000
670	6100
1000	1300
960	900
1200	7400
4650	4500
4200	7500

यह परीक्षण करने के लिए कि दोनों वर्गों में प्राप्त वायरस के प्रभाव में अन्तर है, के लिए मैन-व्हिटनी U प्रतिदर्शज का मान होगा :

- (A) $U = 41$
- (B) $U = 8$
- (C) $U = 35$
- (D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

94. Any rating data, which is measured in ordinal scale of measurement is suitable for :

- (A) Parametric test
- (B) Non-parametric test
- (C) Either (A) or (B)
- (D) Neither (A) nor (B)

95. A Pilot trial randomly assigned participants to either treated or untreated groups (with N = 14) to assess the viral load (the quantity of virus per milliliter of blood) in the treated versus the untreated groups. The data is shown below :

Treated (y)	Untreated (x)
540	5000
670	6100
1000	1300
960	900
1200	7400
4650	4500
4200	7500

To test whether there is evidence of difference of viral between the two groups, the value of Mann-Whitney U statistic will be :

- (A) $U = 41$
- (B) $U = 8$
- (C) $U = 35$
- (D) None of the above



96. किसी रॉक के संगीत समारोह में पुरुषों (M) एवं महिलाओं (W) द्वारा खरीदे गए टिकटों की व्यवस्था के निम्नलिखित रूप में दर्शाया गया है :

MWWWMMMWMWMMMWWMMM
 MWWWMMWMMMWWMMWWMMWMM
 MMWMMWMMMWWMM

उपयुक्त व्यवस्था के लिए यादृच्छिकता का 5% सार्थकता स्तर पर परीक्षण (H_0) हेतु, $Z = 1.96$ के सारणीय मान के साथ हम :

- (A) H_0 को अस्वीकार करेंगे
 (B) H_0 को स्वीकार करेंगे
 (C) या तो (A) या (B)
 (D) उपर्युक्त में से कोई नहीं
97. m सहबद्ध कोटियों के साथ X एवं Y के बीच कोटि सहसंबंध की गणना में निम्न कारक को $\sum d_i^2$ के साथ X और Y श्रृंखला के प्रत्येक पुनरावृत्त के लिए जोड़ा जाता है :
- (A) $m(m^3 - 1)/12$
 (B) $m(m - 1)/12$
 (C) $m(m^2 - 1)/12$
 (D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

96. The following is an arrangement of Men (M) and Women (W) to purchase ticket for a rock concert. Test randomness for this (H_0) at 5% level of significance :

MWWWMMMWMWMMMWWMMM
 MWWWMMWMMMWWMMWWMMWMM
 MMWMMWMMMWWMM

Given $Z = 1.96$ or the table value, we :

- (A) Reject H_0
 (B) Accept H_0
 (C) Either (A) or (B)
 (D) None of the above
97. In calculation of the rank correlation between X and Y with m tied ranks, we add the factor.....to $\sum d_i^2$ for each repeated value in both the X and Y series.
- (A) $m(m^3 - 1)/12$
 (B) $m(m - 1)/12$
 (C) $m(m^2 - 1)/12$
 (D) None of the above



98.

X	1	2	3		$n-2$	$n-1$	n
Y	n	$n-1$	$n-2$		3	2	1

उपर्युक्त X एवं Y चरों के दो प्रतिदर्शों की कोटियों के मध्य स्पीयरमैन के कोटि सहसंबंध गुणांक का मान क्या होगा, जबकि उनमें कोई सहबद्ध कोटियाँ नहीं हैं ?

- (A) + 1 (B) 0
(C) - 1 (D) इनमें से कोई नहीं

99. यदि बेज का निर्णय नियम मौजूद हो, तो :

- (A) बेज आकलक एक प्रतिगमन आकलक है
(B) बेज समाधान अभिकल्पना स्वीकार करने के 'पश्च' जोखिम को कम करता है
(C) दोनों (A) और (B).
(D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

100. माना $f(x/\theta) = 1/\theta; 0 < x < \theta$
 $= 0; \text{ अन्यथा}$

और यदि θ का पूर्व बंटन $h(\theta) = \theta \cdot \exp(-\theta), \theta > 0$ हो, तों θ का उत्तरबंटन $\phi(\theta/x)$ दिए गए x के लिए होगा :

- (A) $\exp(\theta - x)$
(B) $\exp(x - \theta)$
(C) $\exp(x/\theta)$
(D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

98.

X	1	2	3		$n-2$	$n-1$	n
Y	n	$n-1$	$n-2$		3	2	1

For the above ranks in two samples of X and Y variables with no tied ranks, the Spearman's rank correlation is :

- (A) + 1 (B) 0
(C) - 1 (D) None of these

99. If Bayes' decision rule exists, then :

- (A) Bayes' estimator is a regression estimator
(B) Bayes' solution minimizes 'a posteriori' risk for accepting a hypothesis
(C) Both (A) and (B).
(D) None of the above

100. Let $f(x/\theta) = 1/\theta; 0 < x < \theta$
 $= 0; \text{ otherwise}$

and the prior distribution of θ is $h(\theta) = \theta \cdot \exp(-\theta), \text{ for } \theta > 0$, then $\phi(\theta/x)$, the posterior distribution of θ given x , will be :

- (A) $\exp(\theta - x)$
(B) $\exp(x - \theta)$
(C) $\exp(x/\theta)$
(D) None of the above



101. यदि 'r' नमूना सहसंबंध गुणांक है और 'n' अवलोकनों की संख्या है, तो महत्त्व का परीक्षण $H_0: \rho=0$ करने के लिए परीक्षण के आँकड़े हैं :

(A) $t = \frac{r\sqrt{1-r^2}}{\sqrt{n-2}}$, (n - 2) संगत स्वतंत्रता

कोटि के साथ

(B) $t = \frac{r\sqrt{n-2}}{1-r^2}$, (n - 2) संगत स्वतंत्रता

कोटि के साथ

(C) $t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$, (n - 2) संगत स्वतंत्रता

कोटि के साथ

(D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

102. नीचे दिए ANOVA तालिका के बारे में विचार कीजिए :

भिन्नता का स्रोत	संगत स्वतंत्रता कोटि	वर्गों का योगफल	वर्गों का माध्य योगफल	परीक्षण के आँकड़े
उपचार	w	x	y	5.22
त्रुटि	12	z	25	
समस्त	14	561		

उपर्युक्त तालिका को पूर्ण करने के लिए w, x, y और z के मान क्रमशः हैं :

(A) 2, 261, 130.5, 300

(B) 2, 300, 150, 261

(C) 2, 250, 125, 311

(D) 2, 311, 155.5, 250

101. The test statistic for testing the significance of $H_0: \rho=0$ with 'r' is sample correlation coefficient and 'n' is the number of observations is :

(A) $t = \frac{r\sqrt{1-r^2}}{\sqrt{n-2}}$ with (n - 2) degree of

freedom

(B) $t = \frac{r\sqrt{n-2}}{1-r^2}$ with (n - 2) degree of

freedom

(C) $t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$ with (n - 2) degree of

freedom

(D) None of the above

102. Consider the following ANOVA table :

Source of variation	Degree of freedom	Sum of squares	Mean sum of squares	Test statistic
Treatment	w	x	y	5.22
Error	12	z	25	
Total	14	561		

The value of w, x, y and z that compute the above table are respectively :

(A) 2, 261, 130.5, 300

(B) 2, 300, 150, 261

(C) 2, 250, 125, 311

(D) 2, 311, 155.5, 250



103. माना कि $\underline{Y}$ बहुचर बहु-प्रसामान्य बंटन $N_n(0, I)$ का अनुकरण करता है तथा A और B $n \times n$ सममित वर्गसम आव्यूह है, तो निम्नलिखित कथनों में से कौनसा सही है ?

- (A) $\underline{Y}'A\underline{Y}$ तथा $\underline{Y}'B\underline{Y}$ के काई-वर्ग बंटन हैं ।
- (B) यदि $\underline{Y}'(A+B)\underline{Y}$ का काई-वर्ग बंटन है तो $\underline{Y}'A\underline{Y}$ तथा $\underline{Y}'B\underline{Y}$ स्वतंत्रतः बंटित हैं ।
- (C) यदि $AB = 0$ है, तो $\underline{Y}'A\underline{Y}$ तथा $\underline{Y}'B\underline{Y}$ स्वतंत्रतः बंटित हैं ।
- (D) उपर्युक्त सभी

104. यदि X और Y दो स्वतंत्र चर हैं, जिनका प्रसरण क्रमशः σ_X^2 तथा σ_Y^2 हैं, तो X और $(X - Y)$ के बीच सहसंबंध गुणांक होगा :

- (A) $\sigma_{XY} / \sqrt{\sigma_X^2 \sigma_Y^2}$
- (B) $\sigma_X / \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2}$
- (C) $\sigma_Y / \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2}$
- (D) $\sigma_X \sigma_Y / \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2}$

103. Let $\underline{Y}$ follow multivariate normal distribution $N_n(0, I)$ and let A and B be $n \times n$ symmetric idempotent matrices. Then which of the following statements is true ?

- (A) $\underline{Y}'A\underline{Y}$ and $\underline{Y}'B\underline{Y}$ have Chi-square distribution.
- (B) If $\underline{Y}'(A+B)\underline{Y}$ has Chi-square distribution, then $\underline{Y}'A\underline{Y}$ and $\underline{Y}'B\underline{Y}$ are independently distributed.
- (C) If $AB = 0$, then $\underline{Y}'A\underline{Y}$ and $\underline{Y}'B\underline{Y}$ are independently distributed.
- (D) All of the above

104. If X and Y are two independent variates with variances σ_X^2 and σ_Y^2 respectively, then correlation coefficient between X and $(X - Y)$ is equal to :

- (A) $\sigma_{XY} / \sqrt{\sigma_X^2 \sigma_Y^2}$
- (B) $\sigma_X / \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2}$
- (C) $\sigma_Y / \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2}$
- (D) $\sigma_X \sigma_Y / \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2}$



105. दो चर रैखिक मॉडल में त्रुटि विचरण का आकलक है :

- (A) $e'e/(2-n)$
- (B) $ee'/(2-n)$
- (C) $e'e/(n-2)$
- (D) $ee'/(n-2)$

106. रैखिक प्रतिमान $E(\underline{Y}) = \underline{X}\beta$, $\text{Cov}(\underline{Y}) = \sigma^2 \underline{I}$, जहाँ $\underline{X}$ का आमाप $n \times p$ है, तथा कोटि $r \leq p$ का एक आव्यूह है। निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए :

- (I) आकलनीय रैखिक फलनों का समुच्चय विमा ' r ' की एक सदिश समष्टि की रचना करता है।
- (II) कुछ शून्येतर सदिश $\underline{C}$ के लिए यदि $E(\underline{C}'\underline{Y}) = 0$ है, तो ऐसा एक फलन $\underline{C}'\beta$ है जो आकलनीय नहीं है।
- (III) यदि सभी रैखिक फलन $\underline{C}'\beta$ आकलनीय हैं, तो $r = p$ है।

तब उपर्युक्त कथनों में से कौनसा कथन सत्य है ?

- (A) I, II और III
- (B) I, II
- (C) II, III
- (D) केवल III

105. The estimate of error variance in two variable linear model is :

- (A) $e'e/(2-n)$
- (B) $ee'/(2-n)$
- (C) $e'e/(n-2)$
- (D) $ee'/(n-2)$

106. Consider the following linear model $E(\underline{Y}) = \underline{X}\beta$, $\text{Cov}(\underline{Y}) = \sigma^2 \underline{I}$, where $\underline{X}$ is a matrix of size $n \times p$ having rank $r \leq p$. Consider the following statements :

- (I) The set of estimable linear functions form a vector space of dimension r .
- (II) If $E(\underline{C}'\underline{Y}) = 0$ for some non-zero vector $\underline{C}$, then there is a function $\underline{C}'\beta$ which is not estimable.
- (III) If all linear functions $\underline{C}'\beta$ are estimable then $r = p$.

Then which of the above statements is true ?

- (A) I, II and III
- (B) I, II
- (C) II, III
- (D) III only



107. कई आबादियों के p -माध्यों की समानता :

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_p$$

के परीक्षण के लिए उपर्युक्त परीक्षण का मान है :

- (A) t -परीक्षण
- (B) χ^2 -परीक्षण
- (C) F-परीक्षण
- (D) Z-परीक्षण

108. यदि किसी प्रयोग में दो या दो से अधिक उपचार शामिल हों, जिनमें से कुछ उपचार तय हैं और दूसरे उपचार यादृच्छिक प्रकृति के हैं, तो इनमें से किसको चुनना चाहिए ?

- (A) विचरण का विश्लेषण मॉडल
- (B) मिश्रित प्रभाव मॉडल
- (C) निश्चित प्रभाव मॉडल
- (D) यादृच्छिक प्रभाव मॉडल

107. The name of the test for testing the equality of p means :

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_p$$

of several population means :

- (A) t -test
- (B) χ^2 -test
- (C) F-test
- (D) Z-test

108. If an experiment involves two or more treatments in which some treatments are fixed and the others are of random nature, one should choose :

- (A) Analysis of variance model
- (B) Mixed effect model
- (C) Fixed effect model
- (D) Random effect model



109. तीन स्वतंत्र यादृच्छिक चर Y_1, Y_2 तथा Y_3 में सभी का प्रसरण σ^2 है तथा प्रत्याशा निम्नलिखित है :

$$E(Y_1) = \mu_1 + \mu_3$$

$$E(Y_2) = \mu_1 + \mu_2$$

$$\text{तथा } E(Y_3) = \mu_2 + \mu_3$$

तो μ_1, μ_2 तथा μ_3 का सबसे अच्छा आकलक होगा :

$$(A) \hat{\mu}_1 = Y_1, \hat{\mu}_2 = Y_2, \hat{\mu}_3 = \frac{Y_1 + Y_3}{2}$$

$$(B) \hat{\mu}_1 = 0, \hat{\mu}_2 = Y_2, \hat{\mu}_3 = \frac{Y_1 + Y_3}{2}$$

$$(C) \hat{\mu}_1 = Y_1, \hat{\mu}_2 = 0, \hat{\mu}_3 = Y_3$$

(D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

110. गॉस-मार्कोव मॉडल :

$$E(Y) = A\beta$$

$$D(Y) = \sigma^2 I,$$

में, जहाँ संकेताक्षरों के अर्थ सामान्य हैं, तो त्रुटि वर्ग का योग (SSE) होगा :

$$(A) Y' \{I - A(A'A)^{-1} A'\} Y$$

$$(B) Y \{I - A(A'A)^{-1} A'\} Y'$$

$$(C) Y' \{I - A^{-1}(AA')^{-1} A^{-1}\} Y$$

(D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

109. Consider three independent random variables Y_1, Y_2 and Y_3 having common variance σ^2 and expectations :

$$E(Y_1) = \mu_1 + \mu_3$$

$$E(Y_2) = \mu_1 + \mu_2$$

$$\text{and } E(Y_3) = \mu_2 + \mu_3$$

The best estimators of μ_1, μ_2 and μ_3 is :

$$(A) \hat{\mu}_1 = Y_1, \hat{\mu}_2 = Y_2, \hat{\mu}_3 = \frac{Y_1 + Y_3}{2}$$

$$(B) \hat{\mu}_1 = 0, \hat{\mu}_2 = Y_2, \hat{\mu}_3 = \frac{Y_1 + Y_3}{2}$$

$$(C) \hat{\mu}_1 = Y_1, \hat{\mu}_2 = 0, \hat{\mu}_3 = Y_3$$

(D) None of the above

110. In the Gauss-Markov model :

$$E(Y) = A\beta$$

$$D(Y) = \sigma^2 I,$$

where meaning of symbols is usual, then the value of Error Sum of Square (SSE) is :

$$(A) Y' \{I - A(A'A)^{-1} A'\} Y$$

$$(B) Y \{I - A(A'A)^{-1} A'\} Y'$$

$$(C) Y' \{I - A^{-1}(AA')^{-1} A^{-1}\} Y$$

(D) None of the above



111. मान लीजिए $\underline{X} \sim N(\underline{\mu}, \Sigma)$ जहाँ $\underline{X}' = (X_1 X_2 X_3)$, $\underline{\mu}' = (0 \ 0 \ 0)$ और

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ है, तो } X_1 + 2X_2 - 3X_3$$

का वितरण होगा :

- (A) $N(10, 29)$
- (B) $N(0, 29)$
- (C) $N(0, 18)$
- (D) $N(0, 28)$

112. यदि $\underline{X} \sim N_3 \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 11 & -6 & 2 \\ -6 & 10 & -4 \\ 2 & -4 & 6 \end{pmatrix} \right)$, तो

$\rho_{3.12}^2$ है :

- (A) $\frac{10}{47}$
- (B) $\frac{10}{37}$
- (C) $\frac{15}{37}$
- (D) $\frac{15}{47}$

111. Let $\underline{X} \sim N(\underline{\mu}, \Sigma)$, where $\underline{X}' = (X_1 X_2 X_3)$, $\underline{\mu}' = (0 \ 0 \ 0)$ and

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \text{ then the distribution of}$$

$X_1 + 2X_2 - 3X_3$ is :

- (A) $N(10, 29)$
- (B) $N(0, 29)$
- (C) $N(0, 18)$
- (D) $N(0, 28)$

112. If $\underline{X} \sim N_3 \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 11 & -6 & 2 \\ -6 & 10 & -4 \\ 2 & -4 & 6 \end{pmatrix} \right)$, then

$\rho_{3.12}^2$ is :

- (A) $\frac{10}{47}$
- (B) $\frac{10}{37}$
- (C) $\frac{15}{37}$
- (D) $\frac{15}{47}$



113. मान लीजिए कि $n_1 = 11$ और $n_2 = 12$ अवलोकन दो यादृच्छिक सदिशों x_1 और x_2 पर किए गये हैं, जिनके बारे में माना जाता है कि वे द्विचर सामान्य वितरण जो कि एक समान सहप्रसरण मैट्रिक्स Σ के साथ है, लेकिन संभवतः अलग-अलग माध्य सदिश μ_1 और μ_2 हैं। यदि नमूना माध्य सदिश और एकत्रित सहप्रसरण मैट्रिक्स निम्न है :

$$\bar{X}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \bar{X}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}, S_{\text{pooled}} = \begin{pmatrix} 7 & -1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$$

तो फिशर का रेखिक विभेदक फलन है :

(A) $-\frac{1}{2}(x_1 - x_2)$

(B) $-\frac{1}{5}(x_1 + x_2)$

(C) $-\frac{1}{5}(x_1 - x_2)$

(D) $-\frac{1}{2}(x_1 + x_2)$

114. मान लीजिए कि $\underline{X} \sim N_3(\underline{\mu}, \Sigma)$, जहाँ

$$\underline{\mu}' = (111) \text{ और } \Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 1 & 4 & K \\ 5 & K & 3 \end{pmatrix} \text{ तो } K$$

का मान जिससे X_2 और $-X_1 + X_2 - X_3$ स्वतंत्र हैं :

(A) -3 (B) 1

(C) 3 (D) 0

113. Suppose $n_1 = 11$ and $n_2 = 12$ observations are made on two random vectors x_1 and x_2 respectively, which are assumed to have bivariate normal distribution with common covariance Σ , but possibly different mean vectors μ_1 and μ_2 . The sample means vectors and pooled covariance matrix are

$$\bar{X}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \bar{X}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}, S_{\text{pooled}} = \begin{pmatrix} 7 & -1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$$

Then Fisher's linear discriminant function is :

(A) $-\frac{1}{2}(x_1 - x_2)$

(B) $-\frac{1}{5}(x_1 + x_2)$

(C) $-\frac{1}{5}(x_1 - x_2)$

(D) $-\frac{1}{2}(x_1 + x_2)$

114. Let $\underline{X} \sim N_3(\underline{\mu}, \Sigma)$, when $\underline{\mu}' = (111)$ and

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 1 & 4 & K \\ 5 & K & 3 \end{pmatrix}. \text{ The value of } K \text{ such}$$

that X_2 and $-X_1 + X_2 - X_3$ are independent is :

(A) -3 (B) 1

(C) 3 (D) 0



115. यदि $(Y_1 Y_2) \sim N_2(\underline{\mu}, \Sigma)$, जहाँ Σ विलक्षण नहीं है। मान लीजिए $Y_3 = -2Y_2$ तो निम्न में से किसका विलक्षण सामान्य वितरण है ?

(A) $\begin{pmatrix} Y_1 - Y_2 - Y_3 \\ 2Y_1 + 2Y_2 \end{pmatrix}$

(B) $\begin{pmatrix} Y_1 + Y_2 + Y_3 \\ Y_1 + Y_2 \end{pmatrix}$

(C) $\begin{pmatrix} Y_1 + Y_2 \\ 2Y_1 + 2Y_3 \end{pmatrix}$

(D) $\begin{pmatrix} Y_1 - 2Y_2 \\ Y_2 - 2Y_3 \end{pmatrix}$

116. मान लीजिए $\underline{x}$ एक $p \times 1$ यादृच्छिक सदिश है, जैसे कि $\underline{x} \sim N_p(\underline{0}, \Sigma)$, जहाँ रैंक $(\Sigma) = p$ है। निम्नलिखित में से कौनसा सत्य है ?

(A) $E(\underline{x}^T \Sigma^{-1} \underline{x}) = p, \text{var}(\underline{x}^T \Sigma^{-1} \underline{x}) = p$

(B) $E(\underline{x}^T \Sigma^{-1} \underline{x}) = p, \text{var}(\underline{x}^T \Sigma^{-1} \underline{x}) = 2p$

(C) $E(\underline{x}^T \Sigma^{-1} \underline{x}) = 2p, \text{var}(\underline{x}^T \Sigma^{-1} \underline{x}) = 2p$

(D) $E(\underline{x}^T \Sigma^{-1} \underline{x}) = 2p, \text{var}(\underline{x}^T \Sigma^{-1} \underline{x}) = p$

115. If $(Y_1 Y_2) \sim N_2(\underline{\mu}, \Sigma)$, where Σ is non-singular. Let $Y_3 = -2Y_2$, then which of the following has singular normal distribution ?

(A) $\begin{pmatrix} Y_1 - Y_2 - Y_3 \\ 2Y_1 + 2Y_2 \end{pmatrix}$

(B) $\begin{pmatrix} Y_1 + Y_2 + Y_3 \\ Y_1 + Y_2 \end{pmatrix}$

(C) $\begin{pmatrix} Y_1 + Y_2 \\ 2Y_1 + 2Y_3 \end{pmatrix}$

(D) $\begin{pmatrix} Y_1 - 2Y_2 \\ Y_2 - 2Y_3 \end{pmatrix}$

116. Let $\underline{x}$ be $p \times 1$ random vector such that $\underline{x} \sim N_p(\underline{0}, \Sigma)$, where $\text{rank}(\Sigma) = p$. Which of the following is true ?

(A) $E(\underline{x}^T \Sigma^{-1} \underline{x}) = p, \text{var}(\underline{x}^T \Sigma^{-1} \underline{x}) = p$

(B) $E(\underline{x}^T \Sigma^{-1} \underline{x}) = p, \text{var}(\underline{x}^T \Sigma^{-1} \underline{x}) = 2p$

(C) $E(\underline{x}^T \Sigma^{-1} \underline{x}) = 2p, \text{var}(\underline{x}^T \Sigma^{-1} \underline{x}) = 2p$

(D) $E(\underline{x}^T \Sigma^{-1} \underline{x}) = 2p, \text{var}(\underline{x}^T \Sigma^{-1} \underline{x}) = p$



117. मान लीजिए कि $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ p -चर सामान्य वितरण से आकार n का एक यादृच्छिक नमूना है, जिसका माध्य $\underline{\mu}$ और धनात्मक निश्चित सहप्रसरण मैट्रिक्स Σ है। निम्नलिखित में से कौनसा कथन सत्य है ?

- (A) $\bar{Y} \bar{Y}^T$ में विशार्ट वितरण है जिसमें p डिग्री की स्वतन्त्रता है।
 (B) $(Y_1 - \underline{\mu})^T \Sigma^{-1} (Y_1 - \underline{\mu})$ में 1 डिग्री स्वतन्त्रता के साथ कोई-वर्ग वितरण है।
 (C) $Y_1 + Y_2$ और $Y_1 - Y_2$ स्वतंत्र रूप से वितरित हैं।

- (D) $\sum_{j=1}^n (Y_j - \underline{\mu})(Y_j - \underline{\mu})^T$ में n डिग्री की स्वतन्त्रता के साथ विशार्ट वितरण है।

118. मान लीजिए x_1, x_2, x_3, x_4 स्वतंत्र और समान रूप से वितरित मानक सामान्य चर हैं। निम्नलिखित में से कौन 2 डिग्री के साथ विशार्ट वितरण है ?

(A) $\begin{pmatrix} x_1^2 & x_2^2 \\ x_3^2 & x_4^2 \end{pmatrix}$

(B) $\begin{pmatrix} x_1^2 + x_2^2 & x_1 x_3 + x_2 x_4 \\ x_1 x_3 + x_2 x_4 & x_3^2 + x_4^2 \end{pmatrix}$

(C) $\begin{pmatrix} x_1^2 + x_2^2 & x_2^2 + x_3^2 \\ x_1^2 + x_2^2 & x_3^2 + x_4^2 \end{pmatrix}$

(D) $\begin{pmatrix} x_1^2 + x_2^2 & 0 \\ 0 & x_3^2 + x_4^2 \end{pmatrix}$

117. Let $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ be a random sample of size n from p -variate normal distribution with mean $\underline{\mu}$ and positive definite covariance matrix Σ . Which of the following statements is true ?

- (A) $\bar{Y} \bar{Y}^T$ has Wishart distribution with p degree of freedom.
 (B) $(Y_1 - \underline{\mu})^T \Sigma^{-1} (Y_1 - \underline{\mu})$ has Chi-square distribution with 1 degree of freedom.
 (C) $Y_1 + Y_2$ and $Y_1 - Y_2$ are independently distributed.

- (D) $\sum_{j=1}^n (Y_j - \underline{\mu})(Y_j - \underline{\mu})^T$ has Wishart distribution with n -degree of freedom.

118. Let x_1, x_2, x_3, x_4 be independent and identically distributed standard normal variables. Which of the following has Wishart distribution with 2 degree of freedom ?

(A) $\begin{pmatrix} x_1^2 & x_2^2 \\ x_3^2 & x_4^2 \end{pmatrix}$

(B) $\begin{pmatrix} x_1^2 + x_2^2 & x_1 x_3 + x_2 x_4 \\ x_1 x_3 + x_2 x_4 & x_3^2 + x_4^2 \end{pmatrix}$

(C) $\begin{pmatrix} x_1^2 + x_2^2 & x_2^2 + x_3^2 \\ x_1^2 + x_2^2 & x_3^2 + x_4^2 \end{pmatrix}$

(D) $\begin{pmatrix} x_1^2 + x_2^2 & 0 \\ 0 & x_3^2 + x_4^2 \end{pmatrix}$



119. यदि $\underline{Y} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_p)^T$ एक यादृच्छिक सदिश है जिसका माध्य μ और धनात्मक निश्चित विचरण सहप्रसरण मैट्रिक्स Σ है।

तब प्रथम प्रमुख घटक $\sum_{j=1}^p l_j Y_j$ का गुणांक सदिश $(l_1, l_2, \dots, l_p)$ है :

- (A) Σ के सबसे बड़े आइगेन मान के अनुरूप आइगेन वेक्टर
- (B) Σ^{-1} के सभी आइगेन मानों का वेक्टर
- (C) Σ के सबसे छोटे आइगेन मान के अनुरूप आइगेन वेक्टर
- (D) Σ के सभी आइगेन मानों का वेक्टर

120. उत्तेजना X के प्रति प्रतिक्रिया समय (सेकण्ड में) सामान्य रूप से समूह 1 में वितरित होता है, जिसका माध्य 2 और विचरण 8 है और समूह 2 में जिसका माध्य 4 और विचरण 1 है। दोनों समूह समान गुणों में दिखते हैं। यदि x , X का एक अवलोकनीय मान है तो सबसे अच्छा विभेदक फलन (गलत वर्गीकरण की संभावनाओं को कम करने के अर्थ में) समूह.....में वर्गीकृत करना है।

- (A) 2 यदि $0 \leq x \leq 8/3$; अन्यथा समूह 1 में
- (B) 1 यदि $0 \leq x \leq 8/3$; अन्यथा समूह 2 में
- (C) 2 यदि $x > 3$; अन्यथा समूह 1 में
- (D) 1 यदि $x > 3$; अन्यथा समूह 2 में

119. If $\underline{Y} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_p)^T$ be a random vector with mean μ and positive definite variance-covariance matrix Σ . Then the coefficient vector $(l_1, l_2, \dots, l_p)$ of the first

principal component $\sum_{j=1}^p l_j Y_j$ is :

- (A) the eigen vector corresponding to the largest eigen value of Σ
- (B) the vector of all the eigen values of Σ^{-1}
- (C) the eigen vector corresponding to the smallest eigen value of Σ
- (D) the vector of all eigen values of Σ

120. The reaction time to a stimulus X (in seconds) is distributed normally in group 1 with mean 2 and variance 8; group 2 with mean 4 and variance 1. The two groups appear in equal proportion. If x is an observable value of X , the best discriminant function (in the sense of minimizing misclassification probabilities) is to classify into group :

- (A) 2 if $0 \leq x \leq 8/3$; otherwise in group 1
- (B) 1 if $0 \leq x \leq 8/3$; otherwise in group 2
- (C) 2 if $x > 3$; otherwise in group 1
- (D) 1 if $x > 3$; otherwise in group 2



121. प्रिंसीपल कंपोनेंट रिग्रेशन में P_1 (पहला प्रिंसीपल कंपोनेंट) क्या दर्शाता है ?

- (A) रैखिक संयोजन जिसमें सभी रैखिक संयोजनों में दूसरा उच्चतम विचरण हो।
- (B) रैखिक संयोजन जिसमें एक्स (X) के स्तंभों के सभी रैखिक संयोजनों में उच्चतम विचरण होता है।
- (C) डाटासेट के सभी सहसंयोजकों का औसत।
- (D) प्रतिगमन मॉडल में कम से कम महत्वपूर्ण सहसंयोजक।

122. स्तरीकृत नमूना लेने के लिए दिये गये चरणों को व्यवस्थित कीजिए :

- (i) स्तरीकरण चर और स्तरीकृत संख्या (H) का चयन कीजिए।
- (ii) उपयुक्त नमूना फ्रेम का चयन कीजिए।
- (iii) प्रत्येक स्तर में तत्वों को 1 से N_h तक (स्तर h की जनसंख्या आकार) क्रमांकित कीजिए।
- (iv) पूरी जनसंख्या को H स्तरों में विभाजित कीजिए। वर्गीकरण चर के आधार पर, जनसंख्या के प्रत्येक तत्व को H स्तरों में विभाजित प्रत्येक स्तर में निर्धारित कीजिए।
- (v) अनुपातिक या अनुपातिक-रहित स्तरीकृत नमूना लेने के आधार पर प्रत्येक स्तर का नमूना आकार निर्धारित कीजिए।

- (A) (i), (iii), (ii), (v), (iv)
- (B) (ii), (i), (iv), (iii), (v)
- (C) (ii), (i), (iii), (iv), (v)
- (D) (iv), (iii), (v), (i), (ii)

121. What does the first principal component P_1 represent in principal component regression ?

- (A) The linear combination that has the second highest variance among all linear combinations.
- (B) The linear combination that has the highest variance among all linear combinations of the columns of X.
- (C) The average of all covariates in the dataset.
- (D) The least significant covariate in the regression model.

122. Arrange the steps involved for drawing stratified sampling :

- (i) Select the stratification variable(s) and the number of strata (H).
- (ii) Select the suitable sampling frame.
- (iii) In each stratum, number the elements from 1 to N_h (the population size of stratum h).
- (iv) Divide the entire population into H strata. Based on the classification variables, assign each element of population to one of the H strata.
- (v) Determine the sample size of each stratum based on proportionate or disproportionate stratified sampling.

- (A) (i), (iii), (ii), (v), (iv)
- (B) (ii), (i), (iv), (iii), (v)
- (C) (ii), (i), (iii), (iv), (v)
- (D) (iv), (iii), (v), (i), (ii)



123. निम्नलिखित में से कौनसा कथन प्रणालीबद्ध यादृच्छिक लेने के बारे में सत्य नहीं है ?

(i) प्रत्येक तत्व के चुने जाने की समान संभावना होती है, लेकिन प्रत्येक नमूने की नहीं ।

(ii) यदि जनसंख्या में कुछ आवधिक विविधताएँ हों और नमूना अंतराल आवधिकता से मेल खाता हो, तो नमूना एक अच्छा प्रतिनिधि माना जाएगा ।

(iii) तत्वों को समय, क्रम या स्थान में मापे गये समान अंतराल पर जनसंख्या से चुना जाता है ।

(iv) प्रतिनिधित्व घटने लगता है यदि चक्रीय पैटर्न हों ।

(A) केवल (i) और (ii)

(B) केवल (i), (ii) और (iv)

(C) केवल (ii) और (iv)

(D) केवल (i), (iii) और (iv)

123. Which of the following is *not* true about systematic random sampling ?

(i) Every element has an equal chance of being selected, but each sample does not.

(ii) If population consists of some periodic variation and the sampling interval coincides with periodicity, then the sample would be considered as a good representative.

(iii) Elements are selected from the population at a uniform interval that is measured in time, order or space.

(iv) Representativeness may decrease if there are cyclical patterns.

(A) Only (i) and (ii)

(B) Only (i), (ii) and (iv)

(C) Only (ii) and (iv)

(D) Only (i), (iii) and (iv)



124. नमूना डिजाइन प्रक्रिया में शामिल चरणों को व्यवस्थित कीजिए :

- (i) नमूना फ्रेम निर्धारित कीजिए ।
- (ii) नमूना लेने की तकनीक का चयन कीजिए ।
- (iii) लक्षित जनसंख्या को परिभाषित कीजिए ।
- (iv) नमूना लेने की प्रक्रिया को निष्पादित कीजिए ।

(v) नमूना आकार निर्धारित कीजिए ।

(A) (ii), (iii), (i), (iv), (v)

(B) (iii), (i), (iv), (ii), (v)

(C) (iv), (iii), (ii), (v), (i)

(D) (iii), (i), (ii), (v), (iv)

125. जनसंख्या के औसत $\bar{Y}$ के लिए अनुपात अनुमानक में, अनुपात अनुमानक को इस प्रकार परिभाषित किया जाता है :

(A) $\bar{y}_R = \frac{y_n}{x_n}$

(B) $\bar{y}_R = \frac{\bar{y}_n}{\bar{x}_n} \bar{X}$

(C) $\bar{y}_R = \frac{\bar{x}_n}{\bar{y}_n} X$

(D) $\bar{y}_R = \frac{X}{Y}$

124. Arrange the steps involved in Sampling Design Process :

- (i) Determine the sampling frame.
- (ii) Select a sampling technique(s).
- (iii) Define the target population.
- (iv) Execute the sampling process.

(v) Determine the sample size.

(A) (ii), (iii), (i), (iv), (v)

(B) (iii), (i), (iv), (ii), (v)

(C) (iv), (iii), (ii), (v), (i)

(D) (iii), (i), (ii), (v), (iv)

125. In the ratio estimator for population mean $\bar{Y}$, the ratio estimator is defined as :

(A) $\bar{y}_R = \frac{y_n}{x_n}$

(B) $\bar{y}_R = \frac{\bar{y}_n}{\bar{x}_n} \bar{X}$

(C) $\bar{y}_R = \frac{\bar{x}_n}{\bar{y}_n} X$

(D) $\bar{y}_R = \frac{X}{Y}$



126. कॉलम मिलान कीजिए :

पद	विवरण
(i) क्रॉस-वैलिडेशन	(a) Y के देखे गये मान और प्रतिगमन समीकरण द्वारा भविष्यवाणी किये गए मान के बीच का अंतर ।
(ii) अवशिष्ट	(b) पूर्वसूचक चर एक बार में एक प्रतिगमन समीकरण में प्रवेश करते हैं या छोड़ते हैं ।
(iii) बहु-सरेखिकता	(c) परीक्षण यह जाँचता है कि क्या एक मॉडल मूल अनुमान में उपयोग नहीं किए गये तुलनीय डाटा पर काम करता है ।
(iv) पदवार प्रतिगमन	(d) स्वतंत्र चरों के बीच अत्यधिक पारस्परिक सम्बन्ध की स्थिति ।

(A) (i)-(a), (ii)-(c), (iii)-(b), (iv)-(d)

(B) (i)-(c), (ii)-(a), (iii)-(d), (iv)-(b)

(C) (i)-(b), (ii)-(d), (iii)-(c), (iv)-(a)

(D) (i)-(a), (ii)-(c), (iii)-(d), (iv)-(b)

126. Match the columns :

Term	Description
(i) Cross-Validation	(a) The difference between the observed value of Y and the value predicted by the regression equation.
(ii) Residual	(b) Predictor variable enter or leave the regression equation one at a time.
(iii) Multi-collinearity	(c) Test examines whether a model holds on comparable data not used in the original estimation.
(iv) Stepwise Regression	(d) A state of very high intercorrelation among independent variables.

(A) (i)-(a), (ii)-(c), (iii)-(b), (iv)-(d)

(B) (i)-(c), (ii)-(a), (iii)-(d), (iv)-(b)

(C) (i)-(b), (ii)-(d), (iii)-(c), (iv)-(a)

(D) (i)-(a), (ii)-(c), (iii)-(d), (iv)-(b)



127. नीचे दो कथन दिये गये हैं :

कथन I : स्तरीकृत नमूना लेने में, हम उपसमूहों के भीतर विषमता और उपसमूहों के बीच समरूपता सुनिश्चित करने का प्रयास करते हैं ।

कथन II : स्तरीकृत नमूना लेने में, हम कई उपसमूहों को यादृच्छिक रूप से चुनते हैं, जिनका हम सामान्यतः गहराई से अध्ययन करते हैं ।

उपर्युक्त कथनों के संदर्भ में, नीचे दिये गये विकल्पों में से सही उत्तर चुनिए :

(A) दोनों कथन सत्य हैं ।

(B) कथन I सही है और कथन II गलत है ।

(C) कथन I गलत है और कथन II सही है ।

(D) दोनों कथन गलत हैं ।

127. Given below are two statements :

Statement I : In stratified sampling, we try to secure heterogeneity within subgroups and homogeneity between subgroups.

Statement II : In stratified sampling, we randomly choose several subgroups that we then typically study in depth.

In the light of the above statements, choose the *correct* answer from the options given below :

(A) Both the statements are correct.

(B) Statement I is correct and statement II is incorrect.

(C) Statement I is incorrect and statement II is correct.

(D) Both the statements are incorrect.



128. कॉलम मिलान कीजिए :

पद	विवरण
(i) डर्बिन-वाटसन सांख्यिकी	(a) यह मापता है कि प्रतिगणित मान वास्तविक मानों से कितनी दूर है ।
(ii) वेरिएंस इन्फ्लेशनरी फैक्टर	(b) यह प्रत्येक अवशिष्ट और उससे तुरंत पहले की समय अवधि के अवशिष्ट के बीच सहसम्बन्ध की डिग्री मापता है ।
(iii) मानक त्रुटि	(c) यह प्रत्येक व्याख्यात्मक चर के लिए सहरेखीयता को मापता है ।

- (A) (i)-(b), (ii)-(c), (iii)-(a)
 (B) (i)-(a), (ii)-(c), (iii)-(b)
 (C) (i)-(c), (ii)-(b), (iii)-(a)
 (D) (i)-(b), (ii)-(a), (iii)-(c)

128. Match the columns :

Term	Description
(i) Durbin-Watson Statistics	(a) It measures the amount by which regressed values are away from actual values.
(ii) Variance Inflationary factor	(b) It measures the degree of correlation between each residual and the residual of the immediately preceding time period.
(iii) Standard error	(c) Collinearity is measured by it for each explanatory variable.

- (A) (i)-(b), (ii)-(c), (iii)-(a)
 (B) (i)-(a), (ii)-(c), (iii)-(b)
 (C) (i)-(c), (ii)-(b), (iii)-(a)
 (D) (i)-(b), (ii)-(a), (iii)-(c)



129. मिडजुनो-सेन नमूना लेने की रणनीति में एक Inclusion Probability Proportional to Size (IPPS) नमूना योजना प्राप्त करने के लिए कौनसी शर्त पूरी करनी चाहिए ?

(A) $\frac{n-1}{n(N-1)} \leq P_i \leq \frac{1}{n}$

(B) $P_i = \frac{1}{N}$

(C) $\frac{N-1}{N-n} \leq P_i \leq 1$

(D) $P_i = \frac{n}{N}$

130. गोलाकार प्रणालीबद्ध नमूना लेने में, एक यादृच्छिक प्रारंभ r का चयन करने के बाद, स्किप अंतराल K :

(A) को निकटतम पूर्ण संख्या में गोल किया जाता है ।

(B) की प्रत्येक जनसंख्या के लिए एक निश्चित संख्या होती है ।

(C) की $\frac{N}{n}$ के निकटतम पूर्णांक के रूप में गणना की जाती है ।

(D) का नमूने से यादृच्छिक रूप से चयनित किया जाता है ।

129. In the Midzuno-Sen sampling strategy, what condition must be satisfied for achieving an Inclusion Probability Proportional to Size (IPPS) sampling plan ?

(A) $\frac{n-1}{n(N-1)} \leq P_i \leq \frac{1}{n}$

(B) $P_i = \frac{1}{N}$

(C) $\frac{N-1}{N-n} \leq P_i \leq 1$

(D) $P_i = \frac{n}{N}$

130. In circular systematic sampling, after selecting a random start r , the skip interval K is :

(A) Rounded to the nearest whole number

(B) A fixed number of every population

(C) Calculated as the nearest integer to $\frac{N}{n}$

(D) Selected randomly from the sample.



131. किसी लैटिन वर्ग डिजाइन में यदि 4 उपचार हैं तो डिजाइन में कितनी पंक्तियाँ एवं स्तम्भ होंगे ?

- (A) 2 पंक्तियाँ एवं 2 स्तंभ
- (B) 4 पंक्तियाँ एवं 4 स्तंभ
- (C) 8 पंक्तियाँ एवं 8 स्तंभ
- (D) 16 पंक्तियाँ एवं 16 स्तंभ

132. पूर्णरूप से यादृच्छिक डिजाइन की तुलना में लैटिन वर्ग डिजाइन का उपयोग करने का मुख्य लाभ क्या है ?

- (A) समान संख्या में उपचारों के लिए कम विषयों की आवश्यकता होती है ।
- (B) यह अधिक उपचारों के परीक्षण की अनुमति देता है ।
- (C) यह यादृच्छिककरण प्रक्रिया को सरल करता है ।
- (D) यह दो दिशाओं (पंक्तियों एवं स्तंभों) में परिवर्तनशीलता के लिए नियंत्रित करता है ।

133. एक यादृच्छिक ब्लॉक डिजाइन में, 'ब्लॉक प्रभाव' क्या दर्शाता है ?

- (A) उपचार एवं ब्लॉक के बीच परस्पर प्रभावशीलता
- (B) उपचारों के कारण परिवर्तनशीलता
- (C) ब्लॉकों के कारण परिवर्तनशीलता
- (D) अवशिष्ट त्रुटि विचरण

131. In a Latin Square Design, if there are 4 treatments, how many rows and columns will the design have ?

- (A) 2 rows and 2 columns
- (B) 4 rows and 4 columns
- (C) 8 rows and 8 columns
- (D) 16 rows and 16 columns

132. What is the main advantage of using a Latin Square Design, compared to a Completely Randomized Design ?

- (A) It requires fewer subjects for the same number of treatments.
- (B) It allows for more treatments to be tested.
- (C) It simplifies the randomization process.
- (D) It controls for variability in two directions (rows and columns).

133. In a Randomized Block Design, what does the 'block effect' represent ?

- (A) The interaction between treatments and blocks
- (B) The variability due to the treatments
- (C) The variability due to the blocks
- (D) The residual error variance



134. 3^2 -फैक्टोरियल डिजाइन में, यदि AB की परस्पर प्रभावशीलता, ब्लॉक प्रभाव के साथ भ्रमित है और ब्लॉक 3 आकार के हैं, तो कितने ब्लॉक हैं ?

- (A) 1 (B) 2
(C) 3 (D) 9

135. एक फैक्टोरियल डिजाइन में, 'मुख्य प्रभाव' क्या हैं ?

- (A) सभी कारकों का संयुक्त प्रभाव
(B) प्रत्येक स्वतंत्र चर का व्यक्तिगत प्रभाव
(C) आश्रित चर के प्रभाव
(D) नियंत्रण चर के प्रभाव

136. 3×3 लैटिन वर्ग डिजाइन में, संतुलित डिजाइन प्राप्त करने के लिए आवश्यक प्रतिकृतियों की न्यूनतम संख्या क्या है ?

- (A) 1 (B) 2
(C) 3 (D) 4

137. यदि 5 उपचार एवं 5 ब्लॉक हैं; इसके अलावा यदि प्रत्येक ब्लॉक में 6 उपचार हैं और प्रत्येक उपचार, डिजाइन में 4 बार होता है (या 5 बार दोहराया जाता है)। गणना कीजिए कि उपचार की प्रत्येक जोड़ी एक ही ब्लॉक में कितनी बार दिखाई देती है।

- (A) 2 (B) 3
(C) 5 (D) 4

134. In a 3^2 -factorial design, if the interaction effect AB is confounded with the block effect and the blocks are of size 3, how many blocks are there ?

- (A) 1 (B) 2
(C) 3 (D) 9

135. In a factorial design, what are 'main effects' ?

- (A) The combined effect of all factors
(B) The effect of each independent variable individually
(C) The effects of the dependent variable
(D) The effects of the control variable

136. In a 3×3 Latin Square Design, what is the minimum number of replications required to achieve a balanced design ?

- (A) 1 (B) 2
(C) 3 (D) 4

137. Assume that there are 5 treatments and 5 blocks. In addition, we assume that each block contains 6 treatments and each treatment occurs 4 times in the design (or is replicated 5 times). Calculate the number of times each pair of treatments appears in the same block.

- (A) 2 (B) 3
(C) 5 (D) 4



138. 3 ब्लॉक एवं 6 उपचारों के साथ एक यादृच्छिक ब्लॉक डिजाइन में, यदि प्रत्येक उपचार को प्रत्येक ब्लॉक में 2 बार दोहराया जाता है, तो कुल कितनी प्रयोगात्मक इकाइयाँ हैं ?

- (A) 18 (B) 36
(C) 72 (D) 12

139. यदि मुख्य एवं स्टैंडबाय दोनों इकाइयों के लिए निरंतर विफलता दर नियत है और यह 0.02 प्रति घंटे है तथा स्विचिंग एवं सेंसिंग इकाई की निरंतर विफलता दर 0.01 प्रति घंटा है, तो 50 घंटे के ऑपरेटिंग समय हेतु इस प्रणाली की विश्वसनीयता कितनी है ?

- (A) 0.6574 (B) 0.6374
(C) 0.7158 (D) 0.6948

140. एक इलेक्ट्रॉनिक उपकरण की विफलता दर 0.0025 विफलताएँ प्रति घंटा है। इस डिवाइस के लिए MTTF दिनों में कितना है ?

- (A) 10 दिन (B) 16 दिन
(C) 20 दिन (D) 40 दिन

141. निम्नलिखित में से कौन एक रेखीय प्रोग्रामन समस्या (LPP) से सम्बन्धित नहीं है ?

- (A) समानुपातता (B) अनिश्चितता
(C) योज्यता (D) विभाजकता

138. In a Randomized Block Design with 3 blocks and 6 treatments, if each treatment is replicated 2 times in each block, how many experimental units are there in total ?

- (A) 18 (B) 36
(C) 72 (D) 12

139. Suppose the constant failure rates for both the main and standby units are constant and are given by 0.02 per hour and the constant failure rate of the switching and sensing unit is 0.01 per hour. Find the reliability of this system for an operating time of 50 hours ?

- (A) 0.6574 (B) 0.6374
(C) 0.7158 (D) 0.6948

140. An electronic device has a failure rate of 0.0025 failures per hour. What is the MTTF for this device in days ?

- (A) 10 days (B) 16 days
(C) 20 days (D) 40 days

141. Which one of the following is not associated with an LPP ?

- (A) Proportionality (B) Uncertainty
(C) Additivity (D) Divisibility



142. 'n' अज्ञात ($m < n$) में 'm' युगपत रैखिक

समीकरणों का एक तंत्र दिया गया है तो मूल

चरों की संख्या होगी :

- (A) m
- (B) n
- (C) $n - m$
- (D) $n + m$

143. सिम्प्लेक्स विधि में कृत्रिम चरों की क्या भूमिका है ?

- (A) प्रारम्भिक मूल व्यवहार्य हल प्राप्त करने में सहायता करने में
- (B) सिम्प्लेक्स विधि के चरण आरंभ करने में
- (C) अंतिम सिम्प्लेक्स सारणी से छाया मूल्य प्राप्त करने में
- (D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

142. Given a system of 'm' simultaneous

linear equations in 'n' unknowns ($m < n$),

the number of basic variables will be :

- (A) m
- (B) n
- (C) $n - m$
- (D) $n + m$

143. What is the role of artificial variables in simplex method ?

- (A) To aid in finding initial basic feasible solution
- (B) To start phases of simplex method
- (C) To find shadow price from the final simplex method
- (D) None of the above



144. कतारबद्ध सिद्धान्त में ' P_n ' है :

- (A) कतार में ' n ' ग्राहकों के होने की संभावना
- (B) सेवा में ' n ' ग्राहकों के होने की संभावना
- (C) निकाय या तंत्र में ' n ' ग्राहकों के होने की संभावना
- (D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

145. $(M | M | 1) : (\infty | FCFS)$ प्रतिरूप (मॉडल) में :

- (A) ' M ' सर्वर हैं ।
- (B) ' N ' सर्वर हैं ।
- (C) अनन्त सर्वर हैं ।
- (D) एक सर्वर है ।

146. यदि ड्यूल (Dual) के पास एक असीमित समाधान है, तो प्राइमल के पास है :

- (A) एक असीमित समाधान
- (B) एक व्यवहार्य समाधान
- (C) एक परिमित अनुकूल समाधान
- (D) एक अव्यवहार्य समाधान

144. In queuing theory, ' P_n ' is :

- (A) Probability of ' n ' customers in queue
- (B) Probability of ' n ' customers in service
- (C) Probability of ' n ' customers in system
- (D) None of the above

145. In $(M | M | 1) : (\infty | FCFS)$ model :

- (A) There are ' M ' servers.
- (B) There are ' N ' servers.
- (C) There are infinite servers.
- (D) There is one server.

146. If dual has an unbounded solution, then the primal has :

- (A) An unbounded solution
- (B) A feasible solution
- (C) An finite optimal solution
- (D) An infeasible solution



147. एक कतारबद्ध तंत्र के लिए निम्नलिखित में से कौनसा तंत्र प्रदर्शन का सूचक नहीं है ?

- (A) एक ग्राहक द्वारा निकाय (तंत्र) और कतार में प्रतीक्षा करने में बिताया गया औसत समय
- (B) उपयोगिता कारक
- (C) व्यस्त और निष्क्रिय अवधि
- (D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

148. एक वायुयान सेवा एक नये शॉपिंग कॉम्प्लेक्स में एक टिकट डेस्क खोलने की योजना बना रही है, जिसमें एक टिकटिंग एजेंट कार्यरत होगा। प्वासॉ बंटन में टिकट और सूचना के लिए अनुरोध करने पर 15 प्रति घंटे का समय लगता है। चरघातांकी दर पर सेवा समय प्रति अनुरोध 3 मिनट लगता है। निकाय या तंत्र (system) उपयोग ज्ञात कीजिए :

- (A) 0.65
- (B) 0.95
- (C) 0.75
- (D) 0.85

147. Which of the following is not an indices of system performance for a queuing system ?

- (A) Average time of customer spent in waiting and queue of system
- (B) Utilization factor
- (C) Busy and idle periods
- (D) None of the above

148. An airline is planning to open a ticket desk at a new shopping complex staffed by one ticketing agent. Requests for tickets and information takes about 15 per hour on Poisson distribution. At exponential rate service time is assumed to be 3 minutes per request. Find the system usage :

- (A) 0.65
- (B) 0.95
- (C) 0.75
- (D) 0.85



149. एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या (LPP) दी गई

जिसमें $\text{Max } Z = x_1 + x_2$ जैसाकि (s.t.) x_1

$+ x_2 \leq 1; -3x_1 + x_2 \geq 3, x_1, x_2 \geq 0$

ग्राफिकल विधि का उपयोग करते हुए हमारे

पास है :

(A) कोई व्यवहार्य समाधान नहीं

(B) असीमित समाधान

(C) अद्वितीय अनुकूलतम समाधान

(D) एकाधिक अनुकूलतम समाधान

150. सामान्य सिम्प्लेक्स विधि में किसी भी पुनरावृत्ति

पर, यदि शून्य स्तर पर आधार में कम से कम

एक मूल चर है और सभी $(z_j - c_j) \geq 0$ है,

तो जारी समाधान होगा :

(A) अव्यवहार्य

(B) असीमित

(C) गैर-पतित समाधान

(D) पतित समाधान

149. Given an LPP to $\text{Max } Z = x_1 + x_2$ such

that $x_1 + x_2 \leq 1; -3x_1 + x_2 \geq 3,$

$x_1, x_2 \geq 0$. Using graphical method,

we have :

(A) No feasible solution

(B) Unbounded solution

(C) Unique optimum solution

(D) Multiple optimum solution

150. At any iteration of the usual simplex

method, if there is at least one basic

variable in basis at zero level and all

$(z_j - c_j) \geq 0$, the current solution is :

(A) Infeasible

(B) Unbounded

(C) Non-degenerate solution

(D) Degenerate solution



(SPACE FOR ROUGH WORK)

रफ़ कार्य के लिए जगह



(SPACE FOR ROUGH WORK)

रफ़ कार्य के लिए जगह



(SPACE FOR ROUGH WORK)

रफ़ कार्य के लिए जगह



(SPACE FOR ROUGH WORK)

रफ़ कार्य के लिए जगह



रफ़ कार्य के लिए जगह
(SPACE FOR ROUGH WORK)

S/13/2024/A



INSTRUCTIONS TO THE CANDIDATES

1. This Question Booklet is printed in two languages—Hindi and English. Candidates can select any one of the two languages according to their convenience.
2. Examinee whose optional subject is Mathematical Sciences, they have to answer 100 questions in total, there are three parts in the question paper, **Part I** is compulsory, in which there are 10 questions - in the order of 51 to 60. **Part II** has 90 questions in order of 61 to 150. This part is for **Mathematics** subject and **Part III** has 90 questions in order of 61 to 150. This part is for **Statistics** subject. Candidates for **Mathematics** subject should attempt **Part I** and **II** or Candidates for **Statistics** subject should attempt **Part I** and **III**. Examinee clearly mention in the OMR Sheet whether opted **Mathematics** or **Statistics**.
3. Each question has four options. There is only one correct answer to each question. Choose the appropriate option and darken/blacken the corresponding circle on the Answer Sheet (OMR Sheet) with black point pen.
4. In this examination there are two question papers, consisting of 150 objective type questions and each question carries 2 marks. Both the question papers and all the questions are compulsory. Two (2) marks shall be awarded for each correct answer. Unanswered question will not be given any marks. There is no provisions for Negative Marking.

Paper I

General paper

(Q. No. 1-50)

Paper II

Question paper on the Subject opted by the examinee

(Q. No. 51-150)

5. No. of pages consisting of this question booklet is indicated over the cover page. Candidates are advised to ensure that all the pages of Question Booklet are properly printed and binded. Otherwise they may demand the other Question Booklet of the same set.
6. Kindly make necessary entries on the Answer Sheet (OMR Sheet) only at the places indicated and nowhere else.
7. Examinee should do all rough work on the spaces meant for rough work on the pages given in the Question Booklet and nowhere else, not even on the Answer Sheet (OMR Sheet).
8. If there is any sort of mistake either of printing or of factual nature in any question; then out of the Hindi and English versions of the question, the Hindi version will be treated as standard one.
9. Use of any type of calculator, log table or any type of electronic devices etc. are not allowed.
10. Use only black ball point pen to mark the answers in the Answer Sheet (OMR Sheet) only after you are instructed to open the Question Booklet.
11. Candidates will leave the Examination Hall only after handing over the Answer Sheet (OMR Sheet) to the Invigilator at the end of the examination.
12. **Before answering on Answer Sheet (OMR Sheet) ensure to follow the instructions given for that.**